

# **FFI RAPPORT**

## **STATISTIKK I FORBINDELSE MED TREFFSANNSYNLIGHET, FORSØKSSKYTING OG KRAVSPESIFIKASJONER**

CAPPELEN, Didrik

**FFI/RAPPORT-2005/01952**



**STATISTIKK I FORBINDELSE MED  
TREFFSANNSYNLIGHET, FORSØKSSKYTING  
OG KRAVSPESIFIKASJONER**

CAPPELEN, Didrik

FFI/RAPPORT-2005/01952

**FORSVARETS FORSKNING SINSTITUTT**  
**Norwegian Defence Research Establishment**  
Postboks 25, 2027 Kjeller, Norge



**FORSVARETS FORSKNING SINSTITUTT (FFI)**  
**Norwegian Defence Research Establishment**

**UNCLASSIFIED**

P O BOX 25  
 NO-2027 KJELLER, NORWAY  
**REPORT DOCUMENTATION PAGE**

**SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE**  
 (when data entered)

1) PUBL/REPORT NUMBER FFI/RAPPORT-2005/01952	2) SECURITY CLASSIFICATION UNCLASSIFIED	3) NUMBER OF PAGES 36
1a) PROJECT REFERENCE FFI-III/1022	2a) DECLASSIFICATION/DOWNGRADING SCHEDULE -	
4) TITLE STATISTIKK I FORBINDELSE MED TREFFSANNSYNLIGHET, FORSØKSSKYTING OG KRAVSPESIFIKASJONER  STATISTICS IN CONNECTION WITH PROBABILITY OF HIT, TEST FIRING AND REQUIREMENT SPECIFICATIONS		
5) NAMES OF AUTHOR(S) IN FULL (surname first) CAPPELEN, Didrik		
6) DISTRIBUTION STATEMENT Approved for public release. Distribution unlimited. (Offentlig tilgjengelig)		
7) INDEXING TERMS IN ENGLISH:		
a) <u>Firing</u>		IN NORWEGIAN:
b) <u>Navigation</u>		a) <u>Skyting</u>
c) <u>Probability Calculation</u>		b) <u>Navigasjon</u>
d) <u>Statistics</u>		c) <u>Sannsynlighetsregning</u>
e) _____		d) <u>Statistikk</u>
		e) _____
THESAURUS REFERENCE:		
8) ABSTRACT  This report contains statistics in connection with ballistics and gunnery and is written for people with little knowledge in mathematics.		
9) DATE 2005-06-08	AUTHORIZED BY This page only Johnny Bardal	POSITION Director

ISBN 82-464-0956-5

**UNCLASSIFIED**

**SECURITY CLASSIFICATION OF THIS PAGE**  
 (when data entered)



**INNHold**

	<b>Side</b>	
1	INNLEDNING	7
2	NORMALFORDELINGEN	8
2.1	Regneeksempel	11
3	SYSTEMATISKE OG TILFELDIGE FEIL	12
4	KORRELASJON	13
4.1	Eksempel	13
5	TODIMENSJONAL FORDELING	15
6	FEILBUDSJETTER (SAMMENSETNING AV FEIL)	20
7	$V_0$ HÅNÐTERING (MUZZLE VELOCITY MANAGEMENT)	21
8	SLENGERE	22
8.1	Slengere	22
8.2	Slengertest I	22
8.3	Slengertest II (Grubbs test)	22
9	HYPOTESETESTING	25
10	KRAVFORMULERING	29
	APPENDIKS	30
A	NORMALFORDELING	30
B	SIRKULÆR NORMALFORDELING	31
C	NATO DELIVERY TECHNIQUES	32
D	$V_0$ OG BALLISTIKK	33
E	FORSVARETS NAVIGERINGSPLAN 99 DEL 1	34





## STATISTIKK I FORBINDELSE MED TREFFSANNSYNLIGHET, FORSØKSSKYTING OG KRAVSPESIFIKASJONER

### 1 INNLEDNING

Dette er ment som en enkel oppslagsbok for personell med begrenset kunnskap i matematikk, sannsynlighetsregning og statistikk.

*Middelverdien*  $\bar{x}$ , *gjennomsnittet* eller ”*snittet*” for et datasett (f.eks. treffpunktene i en skuddserie) defineres slik:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (1.1)$$

hvor:

$x_i$  = den enkelte observasjon (skudd)  
 $n$  = antall observasjoner (skudd)

Et mål for *spredningen*, eller som skyttere kaller det, *samlingen*, er *standardavviket*<sup>1</sup> ( $\sigma$ ). Kvadratet av  $\sigma$  kalles *variansen* (*var*) og regnes ut slik for et datasett:

$$\text{var} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right] \quad (1.2)$$

$n-1$  kalles for frihetsgrader. Standardavviket defineres som

$$\sigma = \sqrt{\text{var}} \quad (1.3)$$

Jo flere målinger man tar jo mer nøyaktig får man bestemt fordelingen og middelverdien. Et mål for nøyaktigheten av bestemmelsen av middelverdien er:

$$\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n} \quad (1.4)$$

---

<sup>1</sup> *Standardavvik* er i statistikk et tall som gir uttrykk for spredningen om middelverdien av verdiene i et observert tallmateriale.

## 2 NORMALFORDELINGEN

Normalfordelingen er den viktigste sannsynlighetfordelingen. Det har vist seg at målevariabler i svært mange forskjellige situasjoner har en entoppet, klokkeformet symmetrisk fordeling. K.F. Gauss fant allerede på 1800-tallet en klasse av funksjoner som var egnet til å beskrive slike fordelingsforløp. Han har fått æren for å ha utviklet normalfordelingen, eller Gauss fordeling som den også kalles. (Skal man være nøyaktig er fordelingen en lineær eller endimensjonal normalfordeling. I praksis bare normalfordelingen.)

Det viser seg dessuten at en rekke andre viktige sannsynlighetsfordelinger, f.eks. binomisk fordeling, tilnærmes meget godt med normalfordelingen, og gjennomsnittet av en stort antall målinger er ”nesten alltid” normalfordelt. Dette er bakgrunnen for normalfordelingens betydning i statistisk analyse.

Sannsynlighetsfordeling:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

Integralet av  $f(x)$  gir den kumulative<sup>2</sup> normalfordeling.

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}} dt \quad (2.2)$$

hvor  $\mu$  angir den teoretiske middelveiden og  $\sigma$  spredninger. Se figur 2.1, 2.2 og 2.3.

Vi sier at en stokastisk variabel<sup>3</sup>  $x$  som har denne sannsynlighetstettheten, er normalfordelt med parametrene  $\mu$  og  $\sigma^2$ , og skriver  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ .  $\mu$  den teoretiske verdi for  $\bar{x}$ .

For skytestatistikk nyttes ofte sannsynlig feil (Sf) – Engelsk Probable Error (Pe) – som et mål for spredningen. Innenfor  $\bar{x} \pm Pe$  ligger 50 % av fordelingen. Det er altså like stor sannsynlighet for at et skudd skal falle utenfor som innenfor  $\bar{x} \pm Pe$  (50 % spredningen). Regner vi fordelingen som Gauss normalfordelt (og det er den i de fleste tilfelle) gjelder:

$$\boxed{Pe = 0,6745 \sigma} \quad (2.3)$$

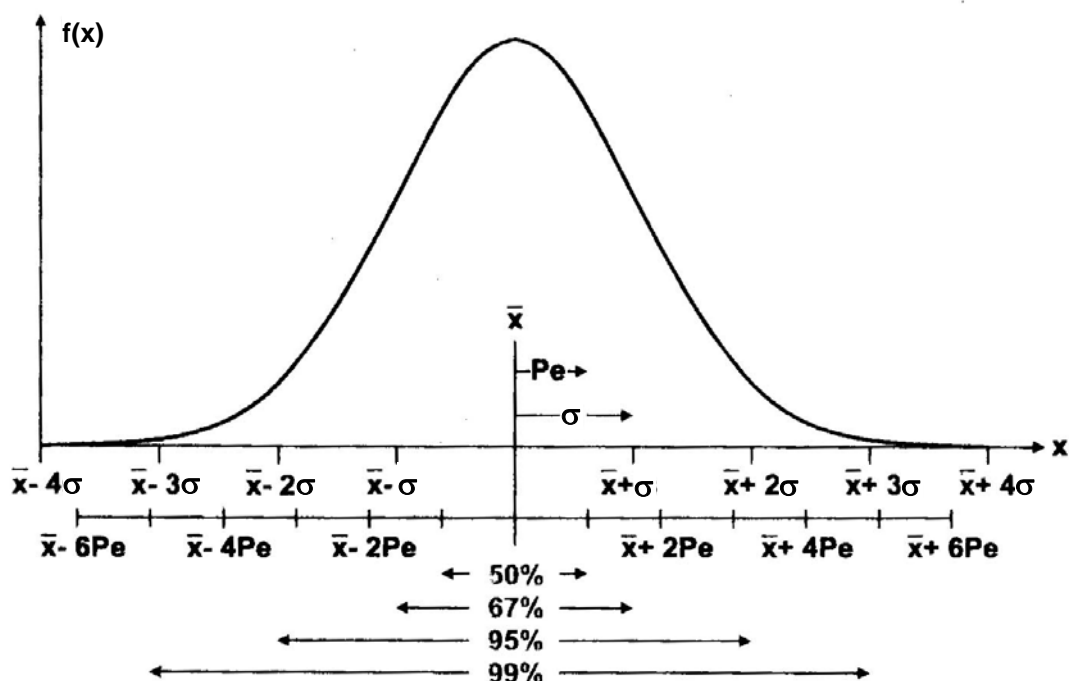
Analogt med likning (1.4) blir

$$Pe_x = Pe / \sqrt{n} \quad (2.4)$$

<sup>2</sup> Kumulativ (av lat., jf. kumulasjon), opphopende, samlende.

Kumulativ virkning, stadig økende virkning.

<sup>3</sup> Stokastisk variabel. Stokastisk betyr tilfeldig. Det er usikkert hvilken verdi en stokastisk variabel vil få.



Figur 2.1 Normalfordelingen angitt med  $\bar{x}, \sigma, Pe$  og prosenter.

I STANAG 4278 Method of Expressing Navigation Accuracies gis følgende omregningskonstanter:

Til \ Fra	50% $\pm Pe$	90%	95%	$\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
50% $\pm Pe$	1	2.4387	2.9059	1.4826	2.9652	4.4478
90%	0.4100	1	1.1910	0.6079	1.2158	1.8237
95%	0.3441	0.8396	1	0.5102	1.0204	1.5306
$\sigma$	0.6745	1.6450	1.9600	1	2	3
$2\sigma$	0.3372	0.8225	0.9800	0.5000	1	1.5
$3\sigma$	0.2248	0.5483	0.0653	0.3333	0.6667	1

Tabell 2.1

Eksempler på bruk:

- Et våpens  $V_0$  gis med 95% nøyaktighet til å være  $\pm 10,0$  m/s  
 $Pe$  blir da  $10 \times 0,3441 = 3,4$  m/s
- Siderettningsnøyaktigheten til et skyts er beregnet  
 $\sigma = 1,8$  streker. 95% av fordelingen ligger da mellom  
 $\pm 1,8 \text{ str} \times 1,96 = \pm 3,5$  str

Den vanligste måten å tabellere normalfordelingen er som funksjon av  $\sigma$ .

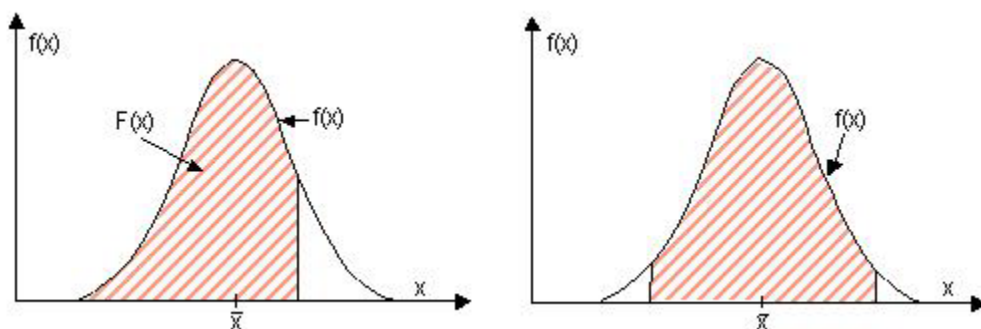
Vedlegg A viser normalfordelingen tabellert som funksjon av Pe. Denne måten å tabellere normalfordelingen på finnes i mange skytetabeller.

Den er bygget opp symmetrisk om midten.

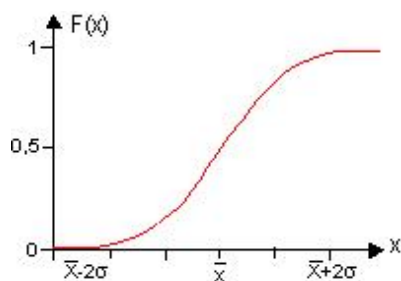
Går man inn med  $X = 1$  Pe fås 0,25 dvs  $\pm Pe$  gir  $2 \times 0,25 = 0,5$ .  
(Ganger med 2 da 0,25 ligger på hver side av midten ( $\bar{x}$ )).

Eksempler på bruk:

- Hvor stor del av fordelingen er innenfor  $\pm 4 Pe$ . Gå inn med  $x = 4,000$  som gir 0,4965.  
 $2 \times 0,4965 = 0,993$  eller 99,3%.
- Hvor mange Pe er 99,5% av fordelingen.  
Del 0,995 på 2 = 0,4975 tilsvarende 4,16 eller 4,17 Pe.
- Den kan også brukes ved "ensidige" betraktninger. Dette nyttes ofte i sikkerhetsberegninger. Bruker man 4 Pe (som er vanlig) gir dette  $0,500 + 0,497 = 0,997$  eller 99,7%. (Man må legge til 0,500 som gir fordelingen nedenfor midten ( $\bar{x}$ )).
- Man skyter på en avstand som gir Pe på 150 m, 4 Pe blir da 600 m. Målet må da være lenger enn 600 m fra egne styrker for at 99,7% av de avfyrte skudd ikke skal falle i egne styrker.



Figur 2.2 Normalfordelingen, "ensidig" og "tosidige" betraktninger.



Figur 2.3 Den kumulative normalfordeling

## 2.1 Regneeksempel

Resultater fra skarpskyting med PzH 2000. Alle skudd avfyrt med samme elevasjon 929 str. Skyteavstand 43 100 m.

	Skudd nr	Observert avstand	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	Merknad
		(m)	(m)	(m <sup>2</sup> )	
	1	42086	-367	134689	
	2	42079	-374	139876	
	3	42211	-242	58564	
	4	42717	264	69696	
	5	42007	-446	198916	
	6	41972	-481	231361	
	7	42863	410	168100	
	8	42236	-217	47089	
	9	43150	697	485809	
	10	42810	357	127449	
	11	42726	273	74529	
	12	42137	-316	99856	
	13	42553	100	10000	
	14	42793	340	115600	
Sum	14	594340	-2	1961534	
<b>Middelverdi</b>	$\bar{x}$ (m)	<b>42453</b>			Formel (1.1)
Varsians	var (m <sup>2</sup> )			150887	Formel (1.2)
<b>Standardavvik</b>	$\sigma$ (m)			<b>388</b>	Formel (1.3)
<b>Sannsynlig feil</b>	$P_e$ (m)			<b>262</b>	Formel (2.3)
<b>Standardavvik på middelverdien</b>	$\sigma_{\bar{x}}$ (m)			<b>104</b>	Formel (1.4)
<b>Sannsynlig feil på middelverdien</b>	$P_{e_{\bar{x}}}$ (m)			<b>70</b>	Formel (2.4)

Som kontroll skal summen av  $(x_i - \bar{x})$  bli 0 når nok desimaler er tatt med i hver observasjon og utregning. Ellers skal det bli et lite tall sammenliknet med standardavviket

### 3 SYSTEMATISKE OG TILFELDIGE FEIL

En hver måling (skudd) har en feil som består av to komponenter:

- den tilfeldige feil (spredning, samling)
- den systematiske feil (bomavstand)

Til sammen gir dette totalfeilen for målingen (skuddet).

I regneeksempel 2.1 blir den systematiske feil til middelverdien i avstand  $43\,100\text{ m} - 42\,453\text{ m} = 647\text{ m}$  og totalfeilen til hvert enkelt skudd blir  $43\,100 - \text{observert avstand}$ .

Man må også se på *slengere* som kan være

- direkte feilmålinger
- målinger (skudd) som ligger så langt fra middeltreffpunktet i en liten serie at de med de få observasjoner (skudd) man har vil påvirke resultatet i feil retning.

I kapittel 8 er beskrevet en metode å fjerne slengere.

En måte å uttrykke spredning eller feil på er "Root Mean Square, Root Square Error" RMS

$$\text{RMS}_{(1)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - S_v)^2}{n-1}} \quad (3.1)$$

$S_v$  = sann verdi

Denne betraktningmåten bør man være meget forsiktig med å bruke da den inneholder både tilfeldig og systematisk feil. Den kan gi et skjevt bilde av hva som ønskes. *Er den systematiske feilen meget mindre enn den tilfeldige, kan den brukes.* Den systematiske bør være mindre enn halvparten av den tilfeldige feil, helst mindre enn fjerdeparten. Dersom et setter tallverdiene fra regneeksempel i avsnitt 2.1 inn i formel (3.1), får man en  $\text{RMS} = 758\text{ m}$ . Dette tallet gir liten informasjon om spredningen, fordi den systematiske feilen (bomavstanden =  $647\text{ m}$ ) er inkludert og er vesentlig større enn standardavviket  $\sigma = 388\text{ m}$ . I elektronikk og ved bruk av kalibrerte instrumenter hvor den systematiske feil er liten er den brukbar som et mål for  $\sigma$ . Ta for eksempel et kalibrert sikte med unøyaktighet  $1,0\%$ . Da kan denne verdien brukes som  $\sigma$  i videre beregninger og hvis spredningen er normalfordelt, gi en  $P_e = 1,0\% \times 0,6745 \approx 0,7\%$ .

## 4 KORRELASJON

Har man to variable i et forsøk og skal undersøke om det er sammenheng (korrelasjon) mellom disse, gjør man som følger.

Først regnes ut kovariansen

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (4.1)$$

så korrelasjonskoeffisienten

$$r_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (4.2)$$

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1$$

Jo nærmere tallverdien av  $r_{xy}$  er 1 jo bedre korrelasjon.

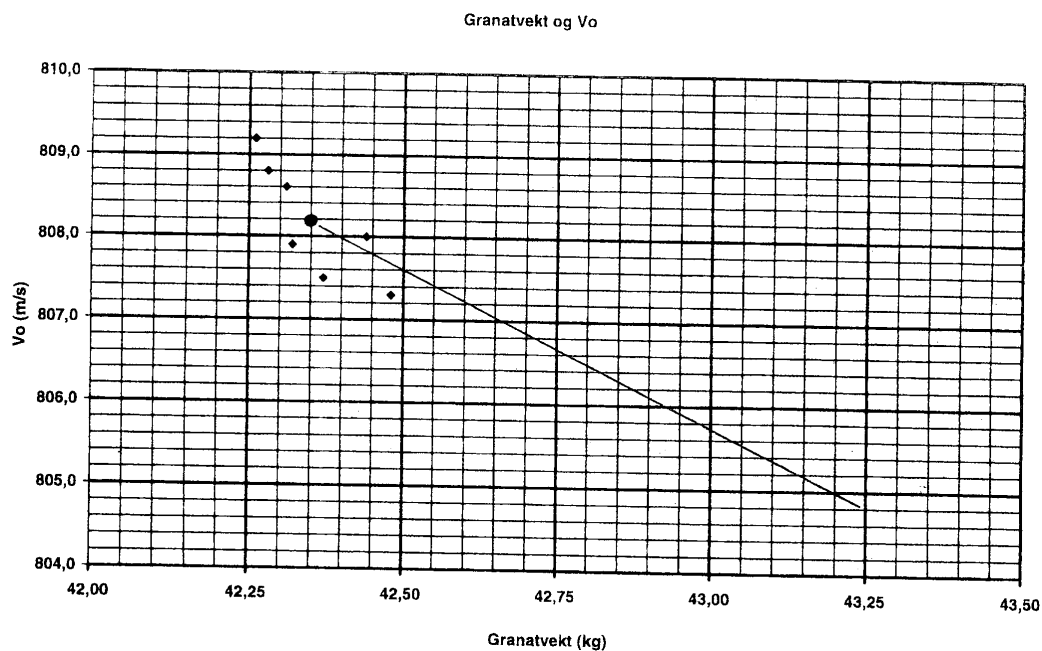
### 4.1 Eksempel

$V_o$  måling med veiede granater for skyts M109A3G med sprenggranat OEF3 HB og drivladning DM 72 5 moduler. 7 skudd skutt.

For  $V_o$  er middelverdien  $\overline{V_o} = 808,0$  m/s med en  $Pe = 0,36$  m/s og  $Pe_{\overline{V_o}} = 0,14$  m/s. For tilsvarende verdier for granatvekten er middelverdien  $\overline{Vekt} = 42,35$  kg med  $Pe$  på 0,056 kg og  $Pe_{\overline{Vekt}} = 0,021$  kg, korrelasjonskoeffisienten  $\approx$  blir da 0,72. Dvs det er god korrelasjon mellom målt  $V_o$  og vekt. Fortegnet negativt fortegn viser at for økt granatvekt gis mindre  $V_o$ .

Skudd nr	V <sub>0</sub> måling (m/s)			Granatvekter (kg)			Korrelasjon (x <sub>i</sub> - $\bar{x}$ ) (y <sub>i</sub> - $\bar{y}$ )
	x <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> - $\bar{x}$	(x <sub>i</sub> - $\bar{x}$ ) <sup>2</sup>	y <sub>i</sub>	y <sub>i</sub> - $\bar{y}$	(y <sub>i</sub> - $\bar{y}$ ) <sup>2</sup>	
1	808,2	1,0	1,03	42,26	-0,09	0,008	-0,093
2	807,3	-0,9	0,78	42,48	0,13	0,017	-0,114
3	808,8	0,6	0,38	42,28	-0,07	0,005	-0,044
4	807,5	-0,7	0,47	42,37	0,02	0,000	-0,013
5	808,6	0,4	0,17	42,31	-0,04	0,002	-0,017
6	807,9	-0,3	0,08	42,32	-0,03	0,001	0,009
7	808,0	-0,2	0,03	42,44	0,09	0,008	-0,016
Sum 7	5656,3	0,0	2,95	296,46	0,00	0,041	-0,288
$\bar{x}, \bar{y}$	808,0			42,35			$\sigma_{xy} = -0,033$ $r_{xy} = -0,72$
Var			0,30			0,007	
$\sigma$			0,54			0,084	
Pe			0,36			0,056	
Pe $_{\bar{x}}, Pe_{\bar{y}}$			0,14			0,021	

Standard granatvekt for vektklasse 4, er 43,25 kg. Til disposisjon has kun vektklasse 2 som er lettere og gir derved større V<sub>0</sub>. Fra indreballistisk beregning gir (43,25 - 42,35) = 0,9 kg en V<sub>0</sub> endring pr vektklasse 4 på -3,8 m/s. Dette kan betraktes som en systematisk feil og V<sub>0</sub> for drivladningen med granatvekt klasse 4 er 808,0 - 3,8 = 804,2 m/s  $\approx$  805 m/s.

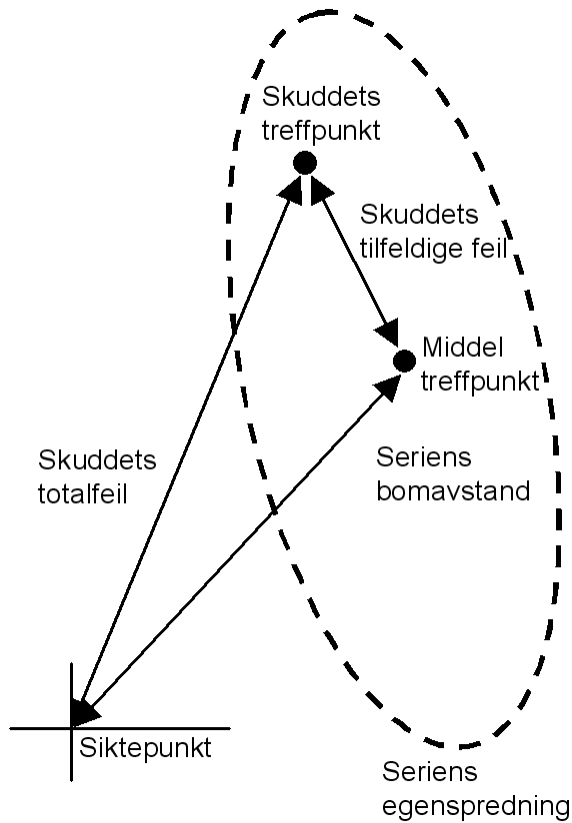


Figur 4.1 Sammenheng mellom granatvekt og V<sub>0</sub>



## 5 TODIMENSJONAL FORDELING

Med todimensjonal fordeling menes fordeling hvor observasjonene (skuddene) fordeler seg på en flate. Se figur 5.1.



Figur 5.1

Forskjellige måter å regne ut spredningene på en flate er:

Midlere standardavvik (mp).

$$mp = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{\text{var } x + \text{var } y} \quad (5.1)$$

Sirkulær standardfeil ( $\sigma_c$ )

$$\sigma_c = 0,7071 \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = 0,7071 \sqrt{\text{var } x + \text{var } y} \quad (5.2)$$

Sirkulær sannsynlig feil (CEP) eller ekvivalent sirkulær sannsynlig feil (ECEP)

$$CEP = 1,2345 \sqrt{Pe_x^2 + Pe_y^2} = 0,8325 \sqrt{\text{var } x + \text{var } y} = 0,825 \text{ RMS}$$

$$\text{CEP} = 1,2345 \sqrt{\text{Pe}_x^2 + \text{Pe}_y^2} = 0,8325 \sqrt{\text{var } x + \text{var } y} = 0,825 \text{ RMS} \quad (5.3)$$

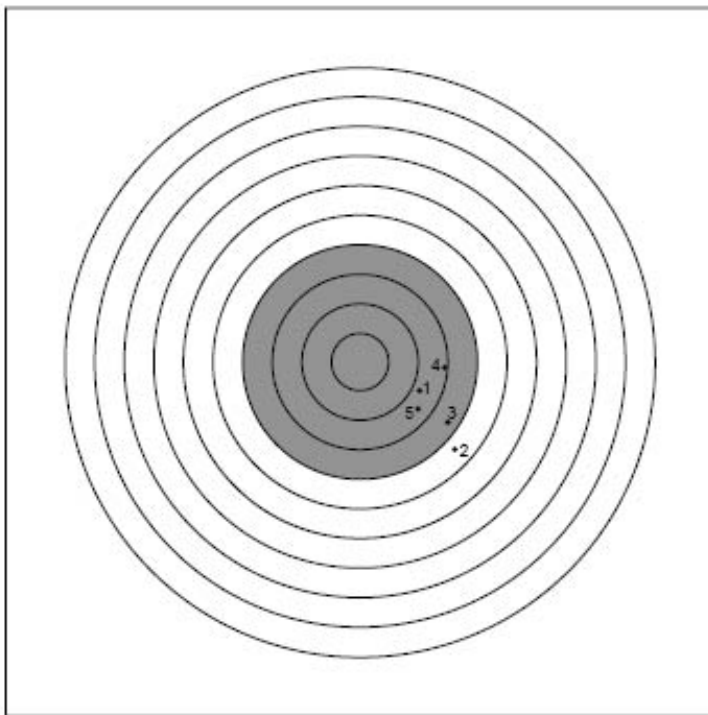
$$\text{CEP} = 1,1774 \sqrt{(\sigma_x^2 + \sigma_y^2)/2} = 1,1774 \sigma_c \quad (5.4)$$

CEP-formlene kan brukes når fordelingen er tilnærmet sirkulær, dvs. at  $\sigma_x$  og  $\sigma_y$  ikke avviker mer enn 30-50%. Er forholdet mellom  $\sigma_x$  og  $\sigma_y$  større brukes betegnelsen ECEP (Equivalent Circular Error Probable). Her bør forholdet ikke være mer enn 1:2 for at ECEP skal ha noen mening.

RMS kan også brukes om vi har  $\text{RMS}_x$  og  $\text{RMS}_y$  blir

$$\text{RMS} = \sqrt{\text{RMS}_x^2 + \text{RMS}_y^2} \quad (5.5)$$

Eksempel, en 5 skudd serie skutt mot en loddrett skive:



Figur 5.2 Eksempel, en 5-skudd serie skutt mot en loddrett skive på 200 m gir følgende

Skudd		Side			Høyde		
		$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
nr	n	(cm)	(cm)	(cm) <sup>2</sup>	(cm)	(cm)	(cm) <sup>2</sup>
1	1	21	-5,6	31,36	-10	5,8	33,64
2	1	33	6,4	40,96	-29	-13,2	174,24
3	1	30	3,4	11,56	-21	-5,2	27,04
4	1	29	2,4	5,76	-4	11,8	139,24
5	1	20	-6,6	43,56	-15	0,8	0,64
Sum	5	133	0,0	133,20	-79	0,0	374,80
$\bar{x}, \bar{y}$		26,60			-15,80		
Var				33,30			93,70
$\sigma$		5,77			9,68		
Pe		3,89			6,53		
$Pe_{\bar{x}}, Pe_{\bar{y}}$		1,74			2,92		

Tabell 5.1

$$mp = \sqrt{33,30 + 93,70} = 11,27$$

$$\sigma_c = 0,7071 mp = 7,97$$

$$CEP = 1,2345 \sqrt{3,89^2 + 6,53^2} = 9,38$$

$$CEP = 1,1774 \sqrt{\frac{5,77^2 + 9,68^2}{2}} = 9,38$$

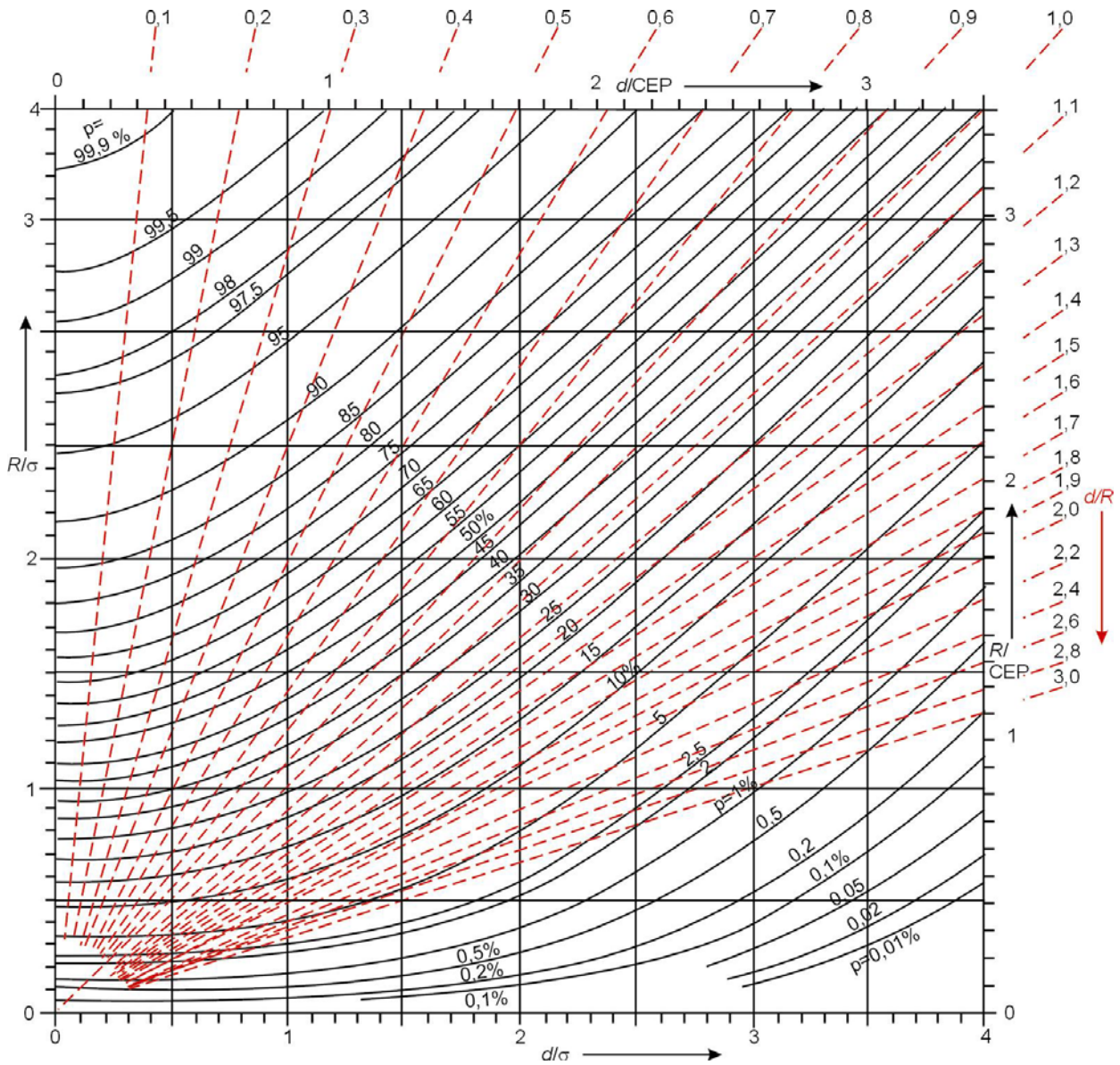
$$d = \text{Radiell bom} = \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2} = \sqrt{26,60^2 + (-15,80)^2} = 30,94$$

Fra Rheinmetall Handbook of Weaponry er treff sannsynlighetstabellen figur 5.2.

Sannsynligheten for å få en 10er, 9er, 8er eller 7er på neste skudd blir da:

		10er	9er	8er	7er
R (cm) =		10	20	30	40
R/CEP =	R/9,38	1,07	2,13	3,20	4,26
d/σ =	30,94/1,97	3,88	3,88	3,88	3,88
d/R	30,94/R	3,09	1,56	1,03	0,77
d/CEP =	30,94/9,38	3,30	3,30	3,30	3,30
p(%) =		0,3	7	47	ca 90

Tabell 5.2



Figur 5.3 Treffsannsynlighet med enkeltskudd ved sirkulære mål

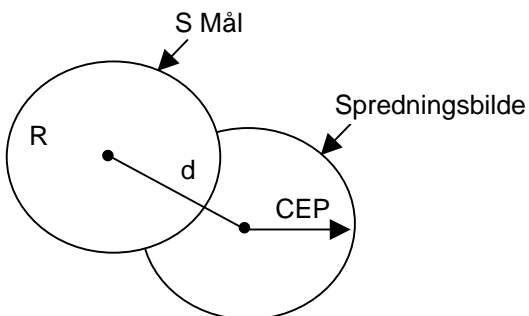
$p$  = Treffsannsynlighet i %

$R$  = Radius i sirkulært mål

$d$  = Radiell bomavstand

CEP = Sirkulær sannsynlig feil

$\sigma$  = Sirkulært standardavvik



Vedlegg B viser en sirkulær normalfordeling gitt som funksjon av CEP.

Eksempel:

- a)  $r = 1$  CEP gir 0,5 eller 50% av fordelingen
- b)  $r = 3$  gir 3 CEP  $\sim 0,998$ , eller 99,8% av fordelingen ligger innenfor 3 CEP
- c)  $CE_{95}$  gir en  $r$  på 2,08 CEP, eller ca 95% av fordelingen ligger innenfor 2 CEP

CEP er definert som den radius hvor 50% av fordelingen ligger innenfor 1 CEP.  $CEP_{50}$  er derfor pleonasje.  $CEP_{95}$  har egentlig ingen mening, men brukes ofte,  $CE_{95}$  er det korrekte.

## 6 FEILBUDSJETTER (SAMMENSETNING AV FEIL)

I utkast til STANAG 4XXX (AC/225 (LG/4 – SG2).

The NATO Armaments Error Budget Model angir følgende generelle formel for beregning av feilbudsjett:

$$\sigma^2_x = \sum_{i=1}^n \sigma^2_{s_i} \left( \frac{\partial X}{\partial S_i} \right)^2$$

hvor

$\sigma^2_x$  er den samlede varians, x kan være systematisk eller tilfeldig komponent av avstand eller sidefeil

n antall enkeltelelementer

$\sigma^2_{s_i}$  enkeltelementenes varians

$\left( \frac{\partial X}{\partial S_i} \right)$  er endringen av elementet mhp. avstand eller side

Formelen antar at det ikke er korrelasjon mellom elementene. For detaljert gjennomgåelse se AC/225(LG/4-SG-2) eller stanagen når den blir ferdig utarbeidet.

Feilbudsjettene er her lagt i alt vesentlig opp mot ”ildledelse”. Vedlegg C viser “NATO Delivery Techniques” for skyting med feltartilleri.

*Det er viktig ved feilbudsjetter at man er klar over hva som er systematiske og hva som er tilfeldige feil. Blandes disse sammen kan man få de underligste svar.*

## 7 Vo HÅNTERING (MUZZLE VELOCITY MANAGEMENT)

I STANAG 4500 on “Procedures to Determine Fired Artillery Muzzle Velocity Management Interchangeability and prediction” deles Vo (Muzzle Velocity) inn i følgende komponenter:

$$MV = MV_S + \Delta MV_T + \Delta MV_M + \Delta MV_G + \Delta MV_{Lot} + \delta_{MMV} + \delta_{MV,i}$$

hvor

$MV$  er taktisk Vo for skuddet

$MV_S$  er standard Vo dvs Vo under standard forhold tatt fra skytetabeller eller FC1 i henhold til STANAG 4144

$\Delta MV_T$  er korreksjon krutt-temperatur, dvs for forskjellen fra 21°C (standard krutt-temperatur)

$\Delta MV_M$  er korreksjonen for prosjektilmassen, dvs forskjellen fra standard masse (vektklasse)

$\Delta MV_G$  er korreksjon for skyts (Gun)

$\Delta MV_{Lot}$  er korreksjonen for drivladningslotten

$\delta_{MMV}$  og  $\delta_{MV,i}$  angir feil eller unøyaktigheter pga. henholdsvis ukjente og/eller ikke målbare variasjoner

$MV_S$ ,  $\Delta MV_T$  og  $\Delta MV_M$  finnes i FC1 data for den bestemte kombinasjon av skyts, granat og ladning.

$\Delta MV_T$  og  $\Delta MV_M$  bestemmes pga. målt krutt-temperatur og avlest (granat) vektklasse

$\Delta MV_G$  og  $\Delta MV_{Lot}$  bestemmes ved hjelp av fortløpende Vo-målinger.

I Norge har vi valgt å bruke en referanse drivladningslot og standard granatvekt. (Vektklasse 4 for 155 mm ammunisjon.)

I vedlegg D er vist Vo og ballistikk for M109A3G.

Med Vo-håndtering menes å registrere og behandle målt Vo. Målet er å bestemme mest mulig nøyaktig Vo en gitt skyting.

## 8 SLENGERE

### 8.1 Slengere

Slengere kan være direkte feilmålinger eller målinger som ikke er representative for serien og derfor vil påvirke både middeltreffpunktet og spredningen i feil retning.

#### I STANAG 4500

Anbefaler følgende fremgangsmåte

- Hvis mindre enn 4 observasjoner ikke bruk test for slengere uten i spesielle situasjoner. Bruk erfaring i stedet.
- Hvis mellom 4 og 7 observasjoner  
*Slengertest I*. Krever  $\sigma$  eller  $P_e$  fra tidligere forsøk
- Hvis flere enn 7 observasjoner bruk *Slengertest II* (Grubbs Slengertest)

### 8.2 Slengertest I

(3) 4 til 7 observasjoner  $\sigma$  eller  $P_e$  kjent

- Finn middelveien  $\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$
- Finn største differanse  $D_k = |X_k - \bar{X}|$   
 $X_k$  er den verdi som gir størst differanse ( $D_k$ ) mellom  $X_k$  og  $\bar{X}$
- $X_k$  er en slenger dersom  $D_k > T \cdot P_e$   
Testen kan gjentas en gang med  $D_k$  fjernet og ”ny  $D_k$ ” funnet

T-verdier for 3 til 7 observasjoner

Antall observasjoner $n$	5% signifikans nivå	2,5% signifikans nivå	1% signifikans nivå
3	2,58	2,90	3,29
4	2,88	3,21	3,60
5	3,08	3,42	3,81
6	3,23	3,57	3,97
7	3,36	3,69	4,09

### 8.3 Slengertest II (Grubbs test)

$n > 7$

- Beregn  $\bar{X}$ ,  $\sigma_x$  og  $D_k$
- Beregn  $T^x = D_k/\sigma_x$   
Hvis  $T^x > T$  er  $X_k$  en slenger
- Testen kan gjentas en gang (T-verdier i Grubbs test)



Antall observasjoner n	5% signifikans nivå	2,5% signifikans nivå	1% signifikans nivå
3	1,15	1,15	1,15
4	1,46	1,48	1,49
5	1,67	1,71	1,75
6	1,82	1,89	1,94
7	1,94	2,02	2,10
8	2,03	2,13	2,22
9	2,11	2,21	2,32
10	2,18	2,29	2,41
11	2,23	2,36	2,48
12	2,29	2,41	2,55
13	2,33	2,46	2,61
14	2,37	2,51	2,66
15	2,41	2,55	2,71
16	2,44	2,59	2,75
17	2,47	2,62	2,79
18	2,50	2,65	2,82
19	2,53	2,68	2,85
20	2,56	2,71	2,88
21	2,58	2,73	2,94
22	2,60	2,76	2,94
23	2,62	2,78	2,96
24	2,64	2,80	2,99
25	2,66	2,82	3,01
30	2,75	2,91	
35	2,82	2,98	
40	2,87	3,04	
45	2,92	3,09	
50	2,96	3,13	
60	3,03	3,20	
70	3,09	3,26	
80	3,14	3,31	
90	3,18	3,35	
100	3,21	3,38	

**NB!** I slengertest 1 brukes **Pe**, i slengertest 2 brukes  **$\sigma$** .

### Eksempel

Kontrollpunktregistrering med 4 skudd og Vo-måling M109 A3G. Ladning 7W, St Vo 558 m/s med rådende krutt-temperatur. Beregnet skyteavstand ved rådende vær:

Fra skytetabellen  $Pe$  Vo = 1,4 m/s

Pe avstand 33 m  $Pe$  side 6 m.

Skudd nr	Vo (m/s)	Avstand (m)	Side (m)
1	556,2	12932	59
2	554,1	12892	72
3	552,7	12864	22
4	559,5	12940	63
Snitt	555,6	12907	54
Stdav	3,0	38	22
Pe (beregn)	2,0	24	15
<b>Største diff</b>	<b>3,9</b>	<b>43</b>	<b>32</b>
<b>T,5%, 2,88</b>	<b>4,9</b>	<b>95</b>	<b>17</b>

For Vo og avstand var resultatet OK. I side lå skudd nr 3 for langt til venstre (sannsynligvis rettefeil) og et nytt skudd bør avfyres og nr 3 strykes.

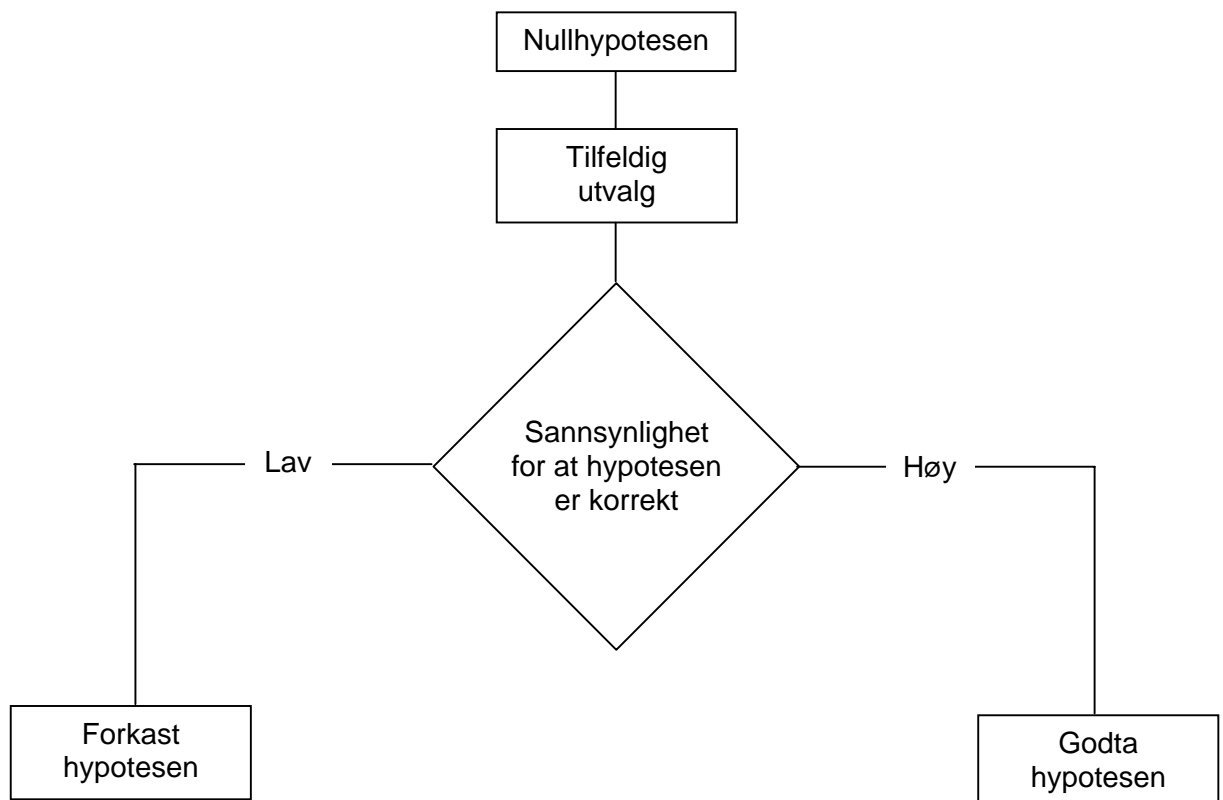
Man kan ikke regne dette ut for hånd, men i moderne kalkulatorer for Vo- og OP-instrument for side og avstand kan det legges automatisk inn og instrumentet hvilket skudd strykes og nytt skudd avfyres. Prosessen kan også gjentas.

## 9 HYPOTESETESTING

Hypotese er i statistikken en antakelse man ønsker å bekrefte (verifisere) eller avkrefte (falsifisere). Nullhypotese er en hypotese vi ønsker å forkaste eller motbevise. Dette gjennomføres ved å vise statistisk at det er lite sannsynlig at den er riktig. En nullhypotese kan for eksempel være at det ikke er forskjell mellom gjennomsnittene i to populasjoner. Vi undersøker da gjennomsnittene i utvalg fra de to populasjonene. Vi antar at nullhypotesen er riktig, og hvis det da er urimelig at vi får vårt resultat, forkastes nullhypotesen. Logisk symbol for nullhypotese:  $H_0$ . En nullhypotese kan aldri bevises, men hvis den forkastes har vi grunn til å anta at den alternative hypotesen er riktig. Når vi forkaster nullhypotesen er det lite sannsynlig at den er riktig. Denne sannsynligheten bestemmes av signifikansnivået.

Resultatet av en statistisk estimering (eller test) er signifikant hvis det er høy sannsynlighet for at konklusjonen er riktig.

Signifikansnivået er sannsynligheten for at en nullhypotese skal bli forkastet når den er riktig. Vanligste signifikansnivåer er 1% og 5%.



For nærmere forklaring av de forskjellige hypotesetester se faglitteratur.

Som et enkelt eksempel er en variansanalyse av btt N/Div 6 med 47 kg "Tronrudgranat" og DM72 5 moduler drivladning. Testen er foretatt med et ferdiglaget variansanalyseprogram med innlagt slengertest. Bartletts test er en test for å se at spredningen for de enkelte sett er av samme størrelsesorden. Det er en betingelse før vi kan si at middelveiene er like. Ut fra forsøket ses at middelveiene ikke er like. Nullhypotesen forkastes. Referanseverdi er gitt verdi for eksempel skytetabellens  $V_0$ .

I testen er også foretatt en "slengertest".



## Analyse

## 5. Bartlett's test for å vurdere om spredningene kan sies å være like.

Bartlett's tall	<b>TESTRESULTAT</b> Siden Bartlett's tall er større enn tabellverdien, kan vi si at spredningene for de enkelte sett er like!	Tabellverdi:
<b>0,5941</b>		<b>0,5028</b>

## 6. Test for å vurdere om middelverdiene kan sies å være like.

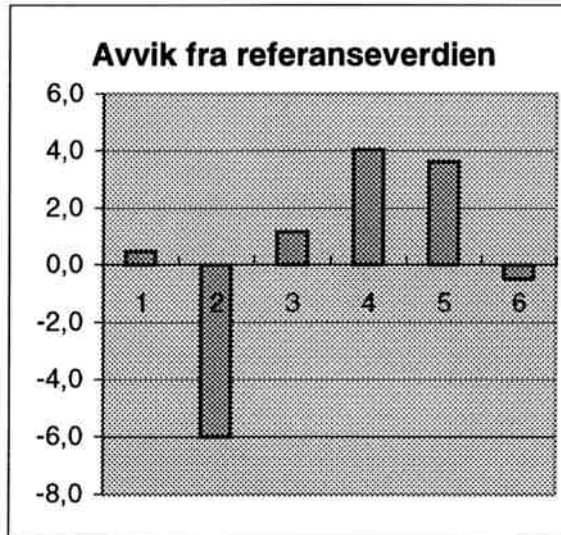
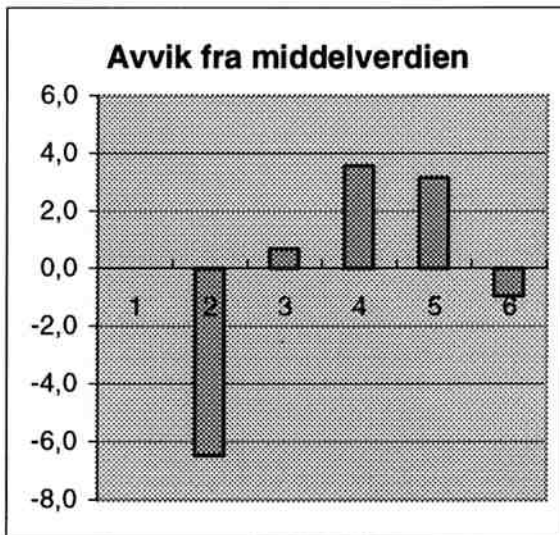
Beregnet tall:	<b>TESTRESULTAT</b> Siden beregnet tall er større enn tabellverdien, kan vi ikke si at middelverdiene for de enkelte sett er like!	Tall fra tabell:
<b>5,71</b>		<b>2,77</b>

## 7. Middelverdiens avvik fra middelverdien for alle data.

Verdier	Verdier for hvert enkelt sett						Alle data
Middelverdi	791,7	785,2	792,4	795,3	794,8	790,7	791,7
Avvik	0,0	-6,5	0,7	3,6	3,1	-1,0	

## 8. Middelverdiens avvik fra en referanse. (Skriv ønsket referanseverdi nedenfor.)

Verdier	Verdier for hvert enkelt sett						Ref verdi
Middelverdi	<b>791,7</b>	785,2	792,4	795,3	794,8	790,7	<b>791,2</b>
Avvik	0,5	-6,0	1,2	4,0	3,6	-0,5	



## 10 KRAVFORMULERING

I kravformulering for anskaffelser av militært materiell har man som regel *skal* og *bør* krav. Skal kravene skal oppfylles, mens bør kravene søker man å nå.

*Må kravene tallfestes, og det er ofte nødvendig, må man angi om kravet er på  $\sigma$ , Pe, 90%, 95% eller et annet nivå.*

RMS brukes som  $\sigma$ , med  $\bar{x} = Sv$  (helst 0).

Forsvarets navigasjonsplan er kravene satt til 95% nivå. Kallt CEP<sub>95</sub> for flateposisjonen og LEP<sub>95</sub> for høyde.

Man må sørge for at alle tall er på det samme signifikansnivå, og dette må angis.

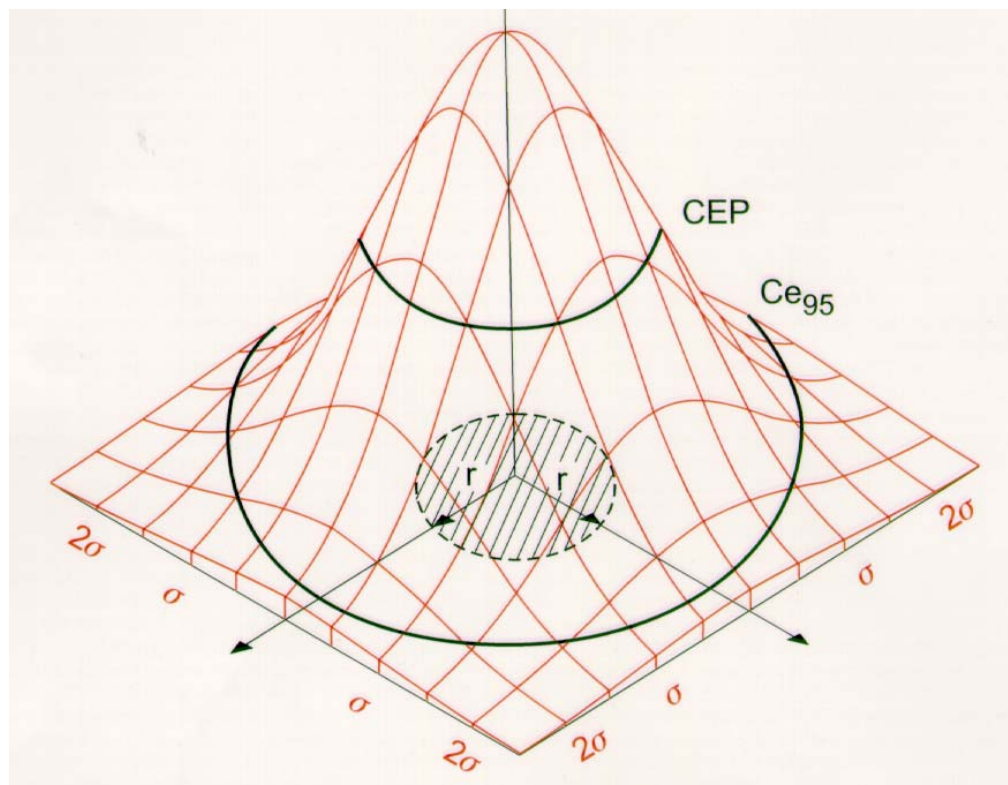
Det vises her til to dokumenter:

1. Forsvarssjefens plan for navigasjonssystemer – iverksetting av ny utgave. FO 1999/31511  
Del 1 er ugradert. Vedlegg C er vedlagt denne rapport som vedlegg E.
2. STANAG 4294 – Naval Global Positioning Systems.





## B SIRKULÆR NORMALFORDELING



Sannsynlighetstabell

CE

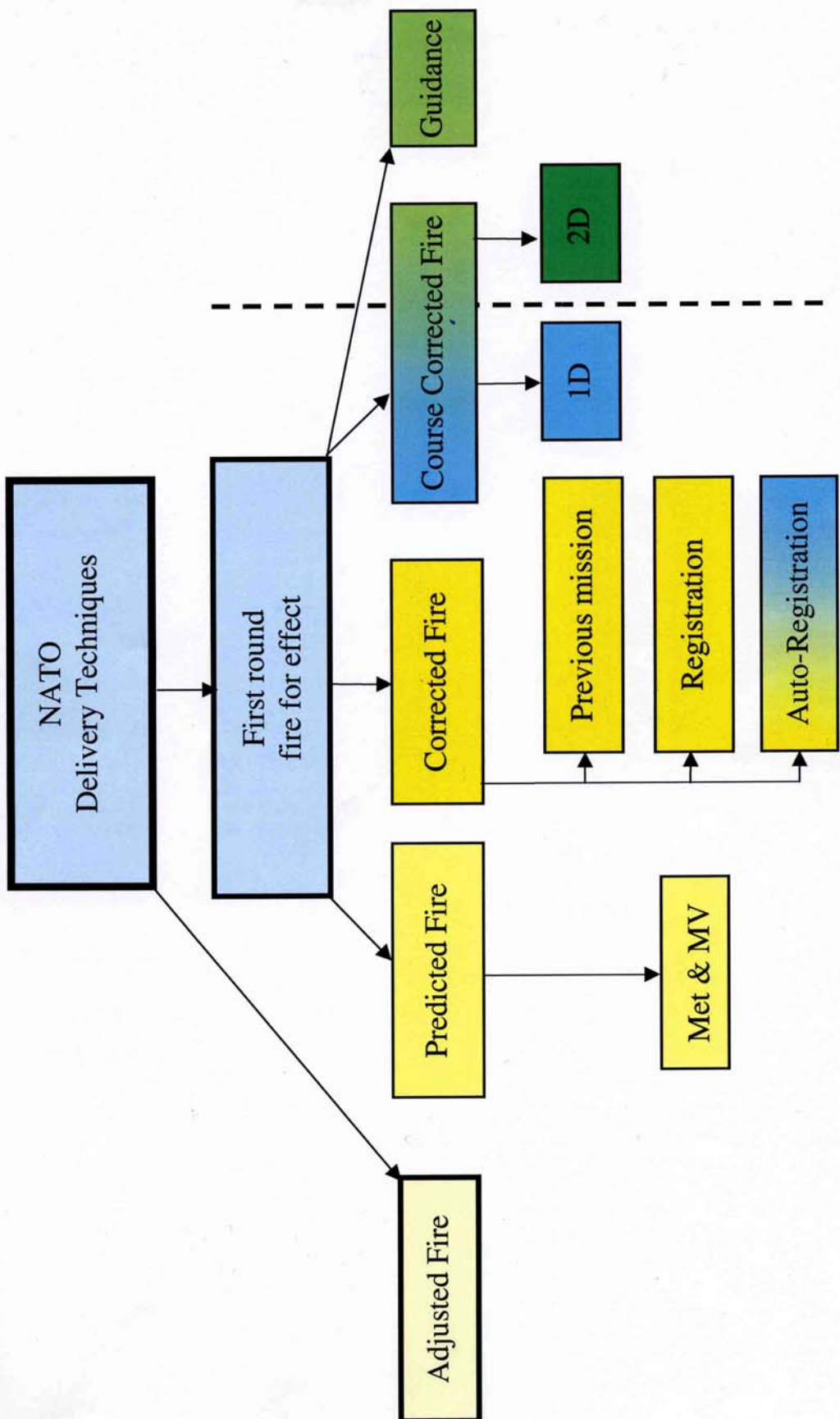
r	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0001	0.0003	0.0006	0.0011	0.0017	0.0025	0.0034	0.0044	0.0055
0.1	0.0068	0.0083	0.0099	0.0116	0.0134	0.0154	0.0175	0.0198	0.0222	0.0247
0.2	0.0275	0.0301	0.0350	0.0560	0.0391	0.0424	0.0458	0.0493	0.0529	0.0566
0.3	0.0604	0.0644	0.0685	0.0727	0.770	0.0814	0.0859	0.0905	0.0952	0.1000
0.4	0.1050	0.1100	0.1151	0.1205	0.1256	0.1310	0.1565	0.1420	0.1476	0.1533
0.5	0.1591	0.1650	0.1709	0.1769	0.1830	0.1892	0.1954	0.2017	0.2080	0.2144
0.6	0.2208	0.2273	0.2559	0.2405	0.2472	0.2539	0.2606	0.2674	0.2742	0.2810
0.7	0.2879	0.2949	0.3019	0.3089	0.3159	0.3229	0.3299	0.3370	0.3441	0.3512
0.8	0.3583	0.3654	0.3726	0.3797	0.3869	0.3940	0.4011	0.4082	0.4154	0.4225
0.9	0.4296	0.4367	0.4438	0.4509	0.4580	0.4651	0.4721	0.4791	0.4861	0.4931
1.0	0.5000	0.5069	0.5138	0.5207	0.5275	0.5343	0.5411	0.5478	0.5545	0.5611
1.1	0.567	0.5743	0.5808	0.5873	0.5938	0.6002	0.6065	0.6128	0.6191	0.6253
1.2	0.6514	0.6375	0.6436	0.6496	0.6555	0.6614	0.6673	0.6731	0.6786	0.6845
1.3	0.6901	0.6956	0.7011	0.7086	0.7120	0.7173	0.7225	0.7277	0.7529	0.7380
1.4	0.7430	0.7479	0.7528	0.7576	0.7624	0.7671	0.7718	0.7764	0.7809	0.7854
1.5	0.7898	0.7941	0.7984	0.8026	0.8068	0.8109	0.8149	0.8189	0.8228	0.8266
1.6	0.8304	0.8541	0.8378	0.8414	0.8449	0.8484	0.8519	0.8553	0.8586	0.8619
1.7	0.8651	0.8682	0.8713	0.8744	0.8774	0.8803	0.8832	0.8860	0.8686	0.8915
1.8	0.8942	0.8968	0.8995	0.9018	0.9045	0.9067	0.9091	0.9114	0.9137	0.9159
1.9	0.9181	0.9202	0.9223	0.9244	0.9264	0.9234	0.9303	0.9322	0.9340	0.9358
2.0	0.9375	0.9392	0.9409	0.9485	0.9441	0.9437	0.9472	0.9487	0.9502	0.9516
2.1	0.9550	0.9543	0.9556	0.9569	0.9582	0.9594	0.9606	0.9618	0.9629	0.9640
2.2	0.9651	0.9662	0.9672	0.9682	0.9692	0.9701	0.9710	0.9719	0.9728	0.9737
2.3	0.9745	0.9753	0.9761	0.9769	0.9776	0.9783	0.9790	0.9797	0.9804	0.9810
2.4	0.9816	0.9822	0.9822	0.9854	0.9839	0.9844	0.9849	0.9854	0.9859	0.9864
2.5	0.9869	0.9874	0.9778	0.9882	0.9886	0.9890	0.9894	0.9898	0.9902	0.9905
2.6	0.9908	0.9911	0.9914	0.9917	0.9920	0.9923	0.9926	0.9929	0.9932	0.9935
2.7	0.9937	0.9939	0.9941	0.9943	0.9945	0.9947	0.9949	0.9951	0.9953	0.9954
2.8	0.9956	0.9958	0.9960	0.9961	0.9963	0.9964	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969
2.9	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980
3.0	0.9981	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986
3.1	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990	0.9991	0.9991	0.9992
3.2	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999
3.6	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	1.0000	1.0000

C NATO DELIVERY TECHNIQUES

ANNEX I  
p 1/1

NATO/PFP UNCLASSIFIED  
Releasable for Internet Transmission

AC/225(LG/4-SG/2)  
Error Budget Paper



Releasable for Internet Transmission  
NATO/PFP UNCLASSIFIED

D V<sub>0</sub> OG BALLISTIKK

26 mai 2004

V<sub>0</sub> og ballistikk for M109A3G

Referanse drivladningslot: NM23: 3-RA-88  
 DM52: 1007-RH-73  
 DM72: RHU99B8217

	PROSJEKTILER						
	SPR		SPR/BB	RØYK HF	LYS	BOMBL DP	BOMBL DP/BB
Prosjektil	NM28/M107	OEF3 HB	OEF3 BB	M110	M485A2	DM642	DM662
Ref masse (kg) * Ladning	43.09 (0.998)	43.25 (0.630)	43.67 (0.630)	43.09 (0.998)	41.50 (0.953)	46.95 (0.480)	46.74 (0.480)
NM23-3W	295	315		295	304	284	
NM23-4W	337	352		337	346	323	
NM23-5W	394	403		394	404	378	
NM23-6W	475	480		475	485	457	
NM23-7W	564	564	576	564	575	541	545
DM52-8	693	683	698	693	704	666	668
DM72-3M	503	525		503	504	492	
DM72-4M	641	654	668	641	643	628	639
DM72-5M		805	825			778	789

\* Masse for standard brannrør i parentes.



Høy kvalitet, basert på omfattende skyting,  
Feil < 0.5 % av skyteavstand



Tilfredstillende kvalitet, basert på mye skyting,  
0.5 % < Feil < 1.0 av skyteavstand



Ikke tilfredstillende kvalitet, basert på noe skyting,  
1.0 % < Feil < 5.0 % av skyteavstand



Ikke tilfredsstillende kvalitet, ingen skyting,  
Feil > 5.0 % av skyteavstand

Tabellen viser kvaliteten på ballistikk for hver granat og drivladningskombinasjon. V<sub>0</sub> og granatmasse er angitt i tabellen.

Følgende parametre omfattes av vurderingen: V<sub>0</sub>, korreksjon i V<sub>0</sub> pga ikke standard kruttemperatur, korreksjon i V<sub>0</sub> pga ikke standard granatmasse (n-faktor), form-faktor og lift-faktor. Kvaliteten er angitt med fargekode og gir forventet feil i meter på bakken i prosent av skyteavstand.

Det forutsettes at kvaliteten på den generelle ballistikken (aerodynamikk) er god.

## E FORSVARETS NAVIGERINGSPLAN 99 DEL 1

C-1

### *Innledning*

- 1) Internasjonale standarder og begreper fastsatt og/eller definert i avtaler og konvensjoner Norge har ratifisert, skal nyttes i norsk forvaltning.

### *Standarder*

- 2) Standarder

- a) Meter:

I henhold til norsk standard skal meter (m) eller kilometer (km) benyttes til all angivelse av lengde. På grunn av at nautiske mil har vært benyttet i maritim sammenheng er nautiske mil (nm) oppført i parentes. I høydeangivelser (elevasjon) i luftfarten er fot den internasjonale standard og er derfor også benyttet i denne publikasjon.

- b) Nøyaktighet:

En nøyaktighetsangivelse består av en tallfestet størrelse, dimensjon(er) og et sannsynlighetsmål. (F eks 10 m SEP, 95%). Sannsynlighetsmålet angir sannsynligheten for at en observert verdi ikke avviker mer enn den angitte tallstørrelsen fra "sann" verdi. Innen radionavigasjon, er en rekke sannsynlighetsmål i bruk, dette vanskeliggjør sammenligning av forskjellige systemers nøyaktighet.

En standardisering på dette området er ønskelig, og 95% sannsynlighet innføres. Dersom andre betegnelser er brukt, kan følgende omregningsfaktorer benyttes:

- i) En dimensjon.

- En sigma ( $1\sigma$ ) verdien multipliseres med 1,960
- To sigma ( $2\sigma$ ) verdien multipliseres med 0,980
- Tre sigma ( $3\sigma$ ) verdien multipliseres med 0,653
- LEP (50% av tiden) verdien multipliseres med 2,91

- i) To dimensjoner.

- dRMS verdien multipliseres med 1,8
- 2dRMS verdien multipliseres med 0,9
- CEP (50% av tiden) verdien multipliseres med 2,3

- ii) Tre dimensjoner

- SEP (50% av tiden) multipliseres med 2,0

Disse omregningsfaktorene er ikke helt korrekte, men nøyaktige nok for å kunne sammenligne systemer med forskjellig nøyaktighets angivelser.

### *Begreper*

- 3) Begreper

- a) Sikkerhet

Sikkerheten til et system er et kvalitetsmål som avhenger av nøyaktighet på ut signalparametre, tilgjengelighet for systemet og integritet for overvåkingssystemet.



## b) Stedlinjer

Stedlinjer benyttes ved posisjonsbestemmelse, og angir mulige posisjoner langs en linje. En posisjon fremkommer således som skjæringen mellom stedlinjer. Stedlinjer kan være:

- i) Sirkler, definert ved avstander til kjente punkter (sirkulær modus)
- ii) Hyperbler, definert ved avstandsforskjell til parvis kjente punkter (hyperbolsk modus)
- iii) Retning til et kjent punkt (storsirkel)

## c) Posisjon

En posisjon er en stedsangivelse ved hjelp av koordinater i et referansesystem. Posisjonen fremkommer enten som skjæringen mellom stedlinjer, eller direkte fra referansesystemet(ene).

Navigasjon er planlegging, registrering og kontroll av bevegelsen til et objekt fra en posisjon til en annen.

## d) Feil

En hver observasjon eller måling er beheftet med en viss feil eller usikkerhet som kan angis tallmessig. "Feil" er en tallverdi som angir den enkelte måleverdis avvik fra "sann" verdi. En skiller mellom tre hovedtyper:

- i) Systematiske feil
- ii) Tilfeldige feil
- iii) Grove feil.

Systematiske feil er faste feil som kan kartlegges og kompenseres for. Tilfeldige feil er variable feil som ikke kan forutsies. Slike feil kan ikke kalibreres, men innflytelsen av tilfeldige feil kan under visse forutsetninger reduseres.

Grove feil er utilsiktede feil av alvorlig karakter som blant annet kan skyldes menneskelige årsaker.

Den totale feil er summen av disse (vektorsummen).

## e) Nøyaktighet

Et systems nøyaktighet er et kvalitetsmål som angir i hvilken grad systemets målinger samsvarer med sanne verdier.

Nøyaktighet kan grupperes i tre hovedtyper:

- i) Absolutt nøyaktighet. En posisjons nøyaktighet med hensyn til jordas geografiske eller geodetiske koordinater. Vedkommende datum må oppgis. I enkelte publikasjoner forekommer uttrykket "Forutsigbar nøyaktighet" "(Predictable accuracy)". Uttrykket er synonymt med "Absolutt nøyaktighet".
- ii) Gjentakelsesnøyaktighet. Den nøyaktighet med hvilken en bruker kan returnere til en posisjon tidligere avlest i det samme navigasjonssystemet.
- iii) Relativ nøyaktighet. Den nøyaktighet med hvilken en bruker kan måle sin posisjon relativt til en annen bruker med samme navigasjonssystem til samme tid.

Nøyaktighet kan også grupperes med hensyn på dimensjoner:

- En-dimensjonal (lineær) nøyaktighet gjelder for målinger i én dimensjon. F eks avstandsmåling, retningsmåling, høydeangivelse, hastighet og tidsmåling. 95% sannsynlighetsnivå skal benyttes.

- To-dimensjonal nøyaktighet benyttes for posisjoner på en flate. Nøyaktigheten angis som radien i en sirkel sentrert om "sann" posisjon og som inneholder minst 95% av observasjonene.
- Tre-dimensjonal nøyaktighet benyttes for posisjoner i et tre dimensjonalt koordinatsystem. Nøyaktigheten angis som radien i en kule sentrert om "sann" posisjon og som inneholder minst 95% av observasjonene.

En omregning fra en-dimensjonal nøyaktighet til fler-dimensjonal nøyaktighet er mulig. Dette skjer ved å multiplisere den en-dimensjonale nøyaktigheten med en geometrifaktor. Geometrifaktoren gjenspeiler strukturen i sendernettet.

I forbindelse med angivelse av navigasjonsnøyaktighet skal antall dimensjoner oppgis og konfidensnivå angies, f eks 8 m SEP95%..

I et integrert navigasjonssystem beregnes (estimeres) posisjon og hastighet ut ifra data fra flere navigasjons- (del-)systemer. Nøyaktigheten til et slikt system beregnes basert på (matematiske) modeller av delsystemene eller modeller av feilene i delsystemene. Under forutsetning av god modellering (av systemene eller feilene i systemene), vil estimert posisjon være bedre/ mer nøyaktig enn hvert enkelt delsystems nøyaktighet