

# **Interferometrisk nedsynkningsanalyse og superoppløsning av SAR satellittbilder**

Morten Ramberg

Forsvarets forskningsinstitutt/Norwegian Defence Research Establishment (FFI)

20. juni 2007

FFI-rapport 2007/01639

1002

ISBN 978-82-464-1270-2

## **Emneord**

PSInSAR

Interferometri

Superoppløsning

Nedsynkning

## **Godkjent av**

Richard Olsen

Prosjektleder

Johnny Bardal

Avdelingssjef

## Sammendrag

I denne oppgaven er det utført en nedsynkningsanalyse av Oslo og omegn, basert på ERS SAR satellittbilder fra perioden 1992 til 2000. Analysene er utført med PSInSAR-teknikken som muliggjør interferometriske undersøkelser på enkelte stabile punkter i områder som ellers er preget av dekorrelasjon. Disse punktene kjennetegnes ved at de reflekterer radarsignalet på en stabil måte over lengre tid, selv fra forskjellige vinkler, under ulike værforhold og upåvirket av andre dekorrelerende effekter. Punktene kalles for stabile tilbakespredere eller permanent scatterers (PS).

Resultatene av disse undersøkelsene er videre analysert for å bestemme hvor pålitelige og anvendelige de er. Og ikke minst for å se hvordan disse egenskapene utvikler seg ettersom mengden inngangsdata reduseres. Motivasjonen bak disse undersøkelsene er at mengden inngangsdata ofte er begrenset i mange praktiske sammenhenger. Dette kan enten skyldes at det er gjort få opptak av det aktuelle området, eller at det kun gis begrenset tid til undersøkelsene. Resultatene viser at for dette aktuelle datasettet kreves det mellom 15 og 19 satellittbilder for å oppnå tilfredsstillende resultater.

Det er også blitt utviklet et program som forbedrer satellittbildenes oppløsning ved å kombinere to ERS SAR satellittbilder spektralt. Metoden kalles superoppløsning. Et av resultatene var at et punktmål fikk redusert sin bredde med 33 % når to SAR-bilder med en baselinje på 600 meter ble kombinert. Det tilsvarer en forbedring av oppløsningen i ERS SAR-bildets slant range retning fra 9,7 meter til 6,5 meter. Dette kan legge grunnlaget for mer presis geografisk plassering av stabile tilbakespredningspunkter, og muligens også identifisering av hvilke typer objekter som gir denne tilbakespredningen.

## English summary

This thesis includes a subsidence analysis of Oslo and the surrounding areas. The analysis is based on ERS SAR satellite images recorded between 1992 and 2000, using the PSInSAR technique. This technique allows interferometric investigations in decorrelated areas, by utilizing the persistent backscattering of stable point targets or *permanent scatterers*. Such points are recognized by their stable reflection of the radar signal, even with a significant temporal baseline, from different viewing angles, and under changing weather conditions and other decorrelating effects.

The subsidence results are further analysed to decide their reliability and also their applicability. One of the main intentions is to describe how these characteristics change when the amount of input data is reduced. This is motivated by the fact that there is often a limited access to input data in many applications, due to a limited number of recordings over the area in question, or a limited timeframe assigned to the project. The results of this thesis shows that for this particular data set, an input of 15-19 SAR images is required to provide satisfactory results.

There is also developed a program that enhances the resolution of the satellites images by spectral combination of ERS SAR images. This method is called *superresolution*. One of the results shows that after the combination of two SAR images of a 600 meter baseline, the width of a point target was reduced by 33 %, which amounts to a 9,7 to 6,5 meter resolution enhancement in the slant range direction of the ERS SAR image. This may result in a more precise geographical definition of point targets, and possibly also identification of the permanent scatter object.

# Innhold

	<b>Forord</b>	<b>9</b>
<b>1</b>	<b>Innledning</b>	<b>11</b>
1.1	Nedsynkning av bakken og miljøkonsekvenser	11
1.2	Nedsynkningsanalyse med PSInSAR	11
1.3	Superoppløsning	12
1.4	Målsetning	13
<b>2</b>	<b>Teori bak SAR-bilder og interferometri</b>	<b>14</b>
2.1	Synthetic Aperture Radar (SAR)	14
2.2	Satellittgeometri	15
2.3	Måling av distanse fra en satellitt	17
2.4	SAR interferometri	19
2.4.1	Interferometrisk fase	19
2.4.2	Flat jord faseskift og topografi	20
2.4.3	Deformasjon av bakken	23
2.4.4	Følsomhet for deformasjon	24
2.4.5	Bidrag fra atmosfærisk fase	26
2.4.6	Støy i den interferometriske fasen	26
2.4.7	Interferometrisk fase – Endelig uttrykk	26
2.5	Interferogram	27
2.5.1	Fringer og fasens flertydighet	27
2.5.2	Fase unwrapping	29
2.5.3	Koherens	30
2.5.4	Kilder til dekorrelasjon	31
2.5.5	Geofysisk tolkning av koherens	32
2.5.6	Kritisk baselinje	32
2.6	Statistiske verktøy	33
2.6.1	Standardavvik	33
2.6.2	Skjevhet	34
2.6.3	Spisshet	34
2.6.4	Lineær regresjon	34
2.6.5	Korrelasjon	35
2.7	Signalbehandling - Terminologi	35
2.7.1	Signal i tidsdomenet	35
2.7.2	Signal i frekvensdomenet	36
2.7.3	Magnitude og fase	36

2.7.4	Spekter og båndbredde	37
2.7.5	Radarsignaler	37
2.8	Oppløsning i range retning	37
2.9	Bølgenummer og spektralskift	39
2.10	Superoppløsning – Forbedring av oppløsning i range	40
2.11	Kritisk baselinje	40
<b>3</b>	<b>Datasett og testområde</b>	<b>42</b>
3.1	SAR satellittbilder	42
3.2	Nøyaktige satellittbaner	42
3.3	Ekstern DEM	43
3.4	Testområde	43
3.5	Bakkemålinger for kontroll	44
3.6	Datagrunnlag for superoppløsning	44
3.6.1	SAR-data	44
3.6.2	Parametere	47
<b>4</b>	<b>Nedsynkningsanalyse</b>	<b>48</b>
4.1	Stabile punktmål	48
4.2	Utvalg av empirisk grunnlag	49
4.2.1	Utvalgskriterier	49
4.2.2	Vinterscener	50
4.2.3	Masterscene	50
4.3	PSInSAR prosessering	52
4.3.1	InSAR analyse – Generering av interferogram	52
4.3.2	PSInSAR-prosessering	52
4.4	Stabile tilbakespredere i Oslo-området	53
4.5	Punktvis nedsynkning	56
4.6	Vurdering av resultatene fra PSInSAR prosesseringen	58
4.7	Visuell inspeksjon	58
4.7.1	Nedsynkning	59
4.7.2	Koherensnivå	59
4.7.3	Tilbakespredningsobjekter	59
4.7.4	Fordeling av punkter	60
4.8	Nedsynkningsfordeling	62
4.9	Landhevning	64
4.9.1	Lineær trend	65
4.9.2	Landhevning	67
4.10	Nedsynkningens linearitet	70

4.11	Koherens	71
4.12	Sammelikning med PSInSAR prosesseringer ved NGU	73
4.12.1	Visuell inspeksjon	73
4.12.2	Punktvis sammenlikning av nedsynkning	76
4.12.3	Horisontal forflytning	78
4.13	Sammenfall og sammenlikning med bakkemålingspunkter	79
4.13.1	Visuell inspeksjon	79
4.13.2	Punktvis sammenlikning av nedsynkning	81
4.13.3	Avstand fra bakkepunktene til nærmeste PS-punkt	81
4.13.4	Antall PS-punkter i bakkepunktene omegn	82
<b>5</b>	<b>Superoppløsning</b>	<b>85</b>
5.1	Forbedring av oppløsning	85
5.2	Algoritme	88
5.3	Faseskift og relativt spektralskift	88
5.3.1	Interferometrisk fase og spektralskift	88
5.3.2	Implementering av faseskift	89
5.4	Teknisk implementering	89
5.4.1	Teoretisk båndbredde og frekvensspekterets ytterpunkt	90
5.4.2	Empirisk deteksjon av frekvensspekter	91
5.4.3	Hamming-vindu og Shannon interpolering.	93
5.4.4	Beregning av oppløsning	95
5.4.5	Spektral kombinasjon	96
5.5	Resultat	98
5.5.1	Signal	98
5.5.2	Bilde	100
5.5.3	Stabile punktmål i Oslo sentrum	103
<b>6</b>	<b>Diskusjon og anbefalinger</b>	<b>105</b>
6.1	Nedsykningsanalyse	105
6.1.1	Sammelikning med bakkemålinger	106
6.1.2	Datamengde	107
6.2	Superoppløsning	107
6.2.1	Deteksjon av spekter	107
6.2.2	Summering av spektre	108
6.2.3	Splitting av punktmål	108
6.2.4	Effekter av upsampling og oppløsning i azimuth	108
6.3	Lokalisering av punktmål	109
<b>7</b>	<b>Konklusjon</b>	<b>111</b>

<b>Litteratur</b>	<b>114</b>
<b>Forkortelser og symboler</b>	<b>118</b>
<b>Appendiks A</b>	<b>120</b>
<b>Appendiks B</b>	<b>121</b>
<b>Appendiks C</b>	<b>123</b>
<b>Appendiks D</b>	<b>124</b>
<b>Appendiks E</b>	<b>126</b>



## Forord

Dette er en oppgave til graden Master in Geosciences in Physical Geography, Hydrology and Geomatics ved Institutt for Geofag ved Universitetet i Oslo. Oppgaven er gitt av Dan Johan Weydahl ved Forsvarets Forskningsinstitutt (FFI), som har vært veileder. Bernd Etzelmüller har vært intern medveileder og instituttkontakt ved UiO.

Takk til mine veiledere og deres institusjoner. Spesielt takk til FFI for å ha stilt arbeidsplass til min rådighet. Takk til John Dehls ved NGU som har bidratt med resultater og målinger som jeg har brukt til å sammenlikne mine egne resultater i denne oppgraven med. Han har også kommet med nyttige synspunkter og kritikk i en tidlig fase av arbeidet. Takk til John Wessels, Adrian Giles, og spesielt Daniel Houle ved Vexcel Canada for deres støtte til mitt arbeid med Earth View<sup>TM</sup>. Og takk til Nils Erik Jørgensen ved TerraNor for å ha formidlet programpakken Earth View<sup>TM</sup>, og ved noen anledninger støttet korrespondansen mellom meg og Vexcel Canada. Jeg vil også takke alle deltakerne ved Alpbach Summer School 2006, hvor flere av temaene i denne oppgaven ble diskutert.

Takk til mine medstudenter. Spesielt takk til Morten Berg for godt samarbeid. Dette samarbeidet har strukket seg fra rent faglige og til utelukkende motivasjonsmessige samtaler, og har vært helt uvurderlig for oss begge i vårt arbeid med hver vår masteroppgave. Takk til Kevin Dippner og Cecilie Halvorsen Egeland som har lest korrektur. Og til sist takk til mamma og pappa for deres støtte som er så ubetinget.

Morten Ramberg

Oslo, 23. mai 2007.



# 1 Innledning

## 1.1 Nedsynkning av bakken og miljøkonsekvenser

Mange hendelser i naturen rundt oss er knyttet til bevegelser i jordoverflaten eller i materialet som dekker den. Jordskjelv, skred og vulkanutbrudd er eksempler på slike hendelser, og når disse inntreffer i områder hvor mennesker befinner seg, kan de utgjøre en risiko ovenfor både liv og andre verdier. Ut fra denne risikoen springer det et behov for å kartlegge og ikke minst forutse bevegelser i og på jordoverflaten.

Når hendelser av den typen som er nevnt ovenfor forårsaker katastrofer for menneskene, er bevegelsene på en stor skala. Men mindre bevegelser kan indikere ustabilitet i grunnen i områder hvor det er en fare for at større hendelser skal inntreffe. Ved å kartlegge og overvåke disse kan det være mulig å forutse katastrofale hendelser. Jordskjelv kan utløses etter lengre tid med små tektoniske bevegelser i en forkastningszone, store fjellskred inntreffer som regel etter at et steinmassiv har begynt å krype forsiktig nedover fjellsiden, og før vulkanutbrudd presser lavastrømmen på inne i vulkanen slik at overflaten hever seg. Ved å overvåke og registrere disse mindre bevegelsene, kan risikoen kartlegges og man kan forutse hendelser.

Det er imidlertid ikke bare de store bevegelsene som kan gjøre skade på menneskeskapte verdier og medføre tap. Konstruksjoner som bygges på ustabil grunn, kan synke skjevt, og i noen tilfeller sprekke opp [Colesanti og Waskowski, 2004]. I slike tilfeller forårsaker de små bevegelsene skade, selv om de ikke etterfølges av større og mer alvorlige hendelser. Derfor har det en egen verdi å kartlegge små bevegelser i et område, spesielt i tilknytning til bebyggelser.

## 1.2 Nedsynkningsanalyse med PSInSAR

Satellittfjernmåling med syntetisk aperture radar (SAR) gir muligheter til å observere jordens overflate regelmessig. Ved SAR interferometri måler man faseforskjellen mellom radarsignalene i gjentatte SAR-opptak over det samme området. Denne faseforskjellen uttrykker forskjellen i gangavstand fra satellitten til et punkt på bakken ved de ulike opptakene. Interferometri er derfor blitt et sterkt verktøy til å kartlegge jordoverflatens geometriske egenskaper, slik som topografi og deformasjon [Zebker og Goldstein, 1986], [Gens og van Genderen, 1996], [Massonnet og Feigl, 1998], [Rocca et. al., 2000], [Bamler et. al. 2003]. Den interferometriske teknikken gjør oss i stand til å lage bilder over et område hvor topografi og deformasjon blir fremstilt som et sammensatt mønster av fasedifferanser. Gitt god tilgang på satellittdata, er det dermed mulig å kartlegge områder på kort tid og til lave kostnader når satellitten først er i lufta.

Klassisk interferometri har likevel noen begrensninger [Rocca et. al., 1996]. En forutsetning for å kunne danne gode og leselige interferogram, er en koherent tilbakespredning av radarsignalet over et større og sammenhengende område. Den interferometriske fasen som gir informasjon om bakkens geometriske plassering og således topografi og deformasjon, gir kun relative målinger.

Med dette menes at elevasjonen til topografiske punkter kun blir angitt i forhold til de omliggende punktenes plassering. Slik er det også når det gjelder deformasjon. Absolutte målinger kan derfor oppnås kun dersom fringene i interferogrammet danner et kontinuerlig mønster mellom målepunktet og et gitt fastpunkt, med kjent elevasjon og eventuelt deformasjon. Dette setter begrensninger for hvilke områder som kan kartlegges. Områder med vegetasjon gir for eksempel inkoherent tilbakespredning av radarsignalet, og gjør interferogrammet uleselig.

I områder som domineres av inkoherent tilbakespredning av radarsignalet, vil det likevel kunne finnes stabile objekter som gir koherent tilbakespredning. Disse er ikke synlige på det enkelte interferogram, men ved å bruke serier av interferogram tatt opp over tid, er det mulig å analysere slike koherente punkter. Disse punktene kalles for *permanent scatterers* (PS) og kan for eksempel finnes på nakent fjell, hushjørner eller andre kunstige og menneskelagde strukturer. Alle kjennetegnes av en fast overflate som god tilbakespredning av radarsignalet fra ulike retninger, og under varierende forhold av vind og vær. Metoden som analyserer deformasjonen i slike stabile punktmål kalles for Permanent Scatterers in Interferometric SAR (PSInSAR) [Ferretti et. al. 1999 (A)], [Ferretti et. al. 1999 (B)], [Rocca et. al., 2000].

### 1.3 Superoppløsning

Satellitt SAR gjør det mulig å ta bilder med god oppløsning i både fartsretningen (azimuth) og se-retningen (range; vinkelrett på fartsretningen). Oppløsningen i range retning avhenger av båndbredden som radaren opererer på. To interferometriske radaropptak fra ulike posisjoner kan gjøre opptak med samme båndbredde og likevel registrere ulike spektra, siden de observerer bakken fra forskjellige vinkler. Deres frekvensspektra har lik bredde, men vil være skiftet relativt til hverandre. Så lenge de ikke er skiftet mer enn at de fortsatt overlapper hverandre, kan de kombineres til å danne et nytt bilde hvor frekvensspekteret er en kombinasjon av spektrene til de to inngangsbildene. Dette spekteret vil være bredere, og følgelig vil det nye bildet ha bedre oppløsning i range retning. Prosedyren som kombinerer to radarbilder på denne måten, kalles for superoppløsning [Rocca og Prati, 1992], [Prati og Rocca, 1993], [Guillaso et. al., 2006].

Ettersom flere og bedre radarsatellitter sendes opp i bane rundt jorda øker tilgangen til data. Flere satellitter, bedre datastrøm og bedre lagringskapasitet bidrar til at mangel på data ikke lenger trenger å være en sentral problemstilling. Derfor kan det tenkes at det snarere vil være kvaliteten på selve dataene som vil være den største begrensningen. PSInSAR-metoden har et potensial til å angi den geografiske plasseringen til stabile punktmål på sub-pikselnivå. Derfor er det nyttig å ha SAR-bilder med en så god oppløsning at det er mulig å identifisere objektet som representerer denne stabile tilbakespredningen. I områder med mange regulære objekter og former, for eksempel i urbane strøk vil det kunne forekomme at sterke og stabile reflektorer befinner seg nær hverandre. Disse objektene vil ikke kunne identifiseres som flere objekter på et SAR-bilde, dersom ikke oppløsningen er tilstrekkelig høy. Superoppløsningsprosedyren vi kunne imøtekomme denne problemstillingen.

## 1.4 Målsetning

Denne oppgaven har til hensikt å undersøke PSInSAR-metoden ved å anvende den på en serie av ERS SAR satellittbilder over Oslofjord-området som er tatt opp på 1990-tallet. Metoden vil angi stabile punkter i testområdet og deformasjonen i disse punktene. Dette vil kunne avdekke om det forekom nedsynkning i Oslo i perioden satellittbildene ble tatt. Videre analyse vil også ha til hensikt å vurdere nøyaktigheten og påliteligheten i resultatene fra PSInSAR-metoden, og dessuten undersøke hvordan resultatene påvirkes dersom mengden av inngangsdata, det vil si antall satellittbilder, reduseres.

Det skal også lages en superoppløsningsprosedyre som kombinerer SAR-bilder og danner et nytt bilde med bedre oppløsning. Oppløsningen skal vurderes ved å måle bredden til et punktmål i inngangsbildene og i resultatbildet fra superoppløsningsprosedyren. Dette gjøres under en antakelse om at punktmålet er mye mindre enn oppløsningscellene i SAR-bildet, og således har en bredde som er mindre enn det som angis der.

ERS SAR dataene er gjort tilgjengelige av FFI via prosjektet ESA (AO-1104). Det var i deres hensikt å teste nettopp dette spesifikke datasettet.

PSInSAR-metoden skal utføres med kommersielle programmer, mens det for superoppløsning skal utvikles et eget program, med egne algoritmer og prosedyrer.

## 2 Teori bak SAR-bilder og interferometri

### 2.1 Synthetic Aperture Radar (SAR)

Radar (Radio Detection And Ranging) er betegnelsen på både en teknikk og et instrument. Et aktivt radarinstrument sender ut elektromagnetiske stråler i radio- eller mikrobølgeområdet av spekteret (1-100 cm), og mottar disse igjen etter at de har blitt reflektert av et objekt. Denne refleksjonen kalles tilbakespredning. Avstanden ( $R_0$ ) til objektet er entydig gitt ved den tiden ( $t$ ) radarsignalet bruker fra det sendes ut og til det returnerer etter å ha blitt reflektert av et objekt.

$$R_0 = \frac{ct}{2} \quad (2.1)$$

$c$  er her hastigheten til de elektromagnetiske bølgene (lyshastigheten, 299.792.458 m/s). Faktoren  $\frac{1}{2}$  skyldes at  $t$  er den tiden signalet har brukt fram til objektet og tilbake igjen, mens  $R_0$  tilsvarer strekningen den ene veien. På denne måten har radaren blitt brukt som en avstandsmåler. For anvendelser i dag, er det derimot vel så viktig å måle amplituden og fasen til radarsignalet.

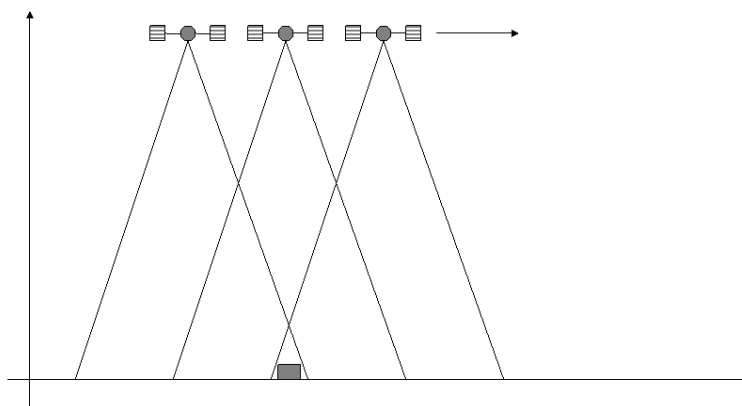
Siden radaren selv sender ut strålingen, er den ikke avhengig av sollys, og kan derfor gjøre observeringer uavhengig av tiden på døgnet. Den er heller ikke avhengig av værforholdene i løpet av opptakene, siden mikrobølger med bølgelengde på 1-100 cm er svært lite påvirket av skyer og regndråper; kun tett regn vil påvirke disse bølgene i stor grad. Radar kan stå fastmontert på bakken, eller festes til kjøretøy både på bakken og i luften. Dette kalles radarens plattform. Det siste er viktig i fjernmålingen, der både fly, romferger og satellitter er brukt. Radarteori og radarsatellitter er beskrevet i [Levanon, 1988] og [Elachi og van Zyhl, 2006].

Opptaksgeometrien til en bildedannende radar fungerer slik at radarsignalet sendes i pulser på skrå ned mot bakken, og mest mulig vinkelrett på fartsretningen. Fartsretningen kalles azimuth retning, og normalt ut fra denne går range retning. Signalet som sendes ut fra radaren dekker et område på bakken som kalles radar fotspor. Det er tilbakespredningen fra dette området som måles, og fra disse dataene dannes radarbildet. Opplysningen til dette bildet uttrykkes vanligvis ved oppløsning målt på bakken, og avhenger av flere faktorer. I azimuth retning er oppløsningen ( $\Delta r_{az}$ ) proporsjonal med forholdet mellom flyhøyden ( $H$ ) og antennelengden ( $L$ ):

$$\Delta r_{az} \propto \frac{H}{L} \quad (2.2)$$

Dersom et fly brukes som plattform for radaren, er flyhøyden tilstrekkelig liten til at det er mulig å oppnå en god oppløsning med en liten antenne. Det vil si en oppløsning med størrelsesorden på noen meter med en antenne på noen titalls meter. Hvis plattformen derimot er en satellitt som går i bane rundt jorda, må antennen være mange titalls kilometer for å oppnå den samme oppløsningen. Det er selvsagt ikke mulig å feste en antenne av en slik størrelse på en satellitt.

Alternativet er å ta opp data langs banen til satellitten, og deretter prosessere dette sammen for å simulere en lang antenne, eller en syntetisk antenne. Dette prinsippet baserer seg på at et objekt er i radarens fotspor en stund mens radaren beveger seg forbi (se Figur 2.1). Det er denne metoden som kalles for SAR. Den gjør det mulig å oppnå god oppløsning i azimuth retning, selv med så store plattformhøyde som satellittene har over jordoverflaten. For flere detaljer om SAR-prinsippet, se [Franceschetti og Lanari, 1999], [Elachi og van Zyl, 2006] og [Carrara et. al., 1995].



Figur 2.1 Et objekt på bakken er i satellittens søkelys i en periode.

## 2.2 Satellittgeometri

Følgende parametere er brukt for å beskrive satellittgeometri i denne oppgaven:

**H** – Satellittbanens høyde over bakken.

**R** – Avstanden fra satellitten/SAR-antennen til målet på bakken.

**$\theta_{\text{Look}}$**  – Satellittens/SAR-antennens kikkevinkel

**$\theta_{\text{Inc}}$**  – Radarsignalets globale innfallsvinkel.

**$\theta_{\text{Inc,loc}}$**  – Radarsignalets lokale innfallsvinkel.

**$\alpha_{\text{Topo}}$**  – Terrengets helning.

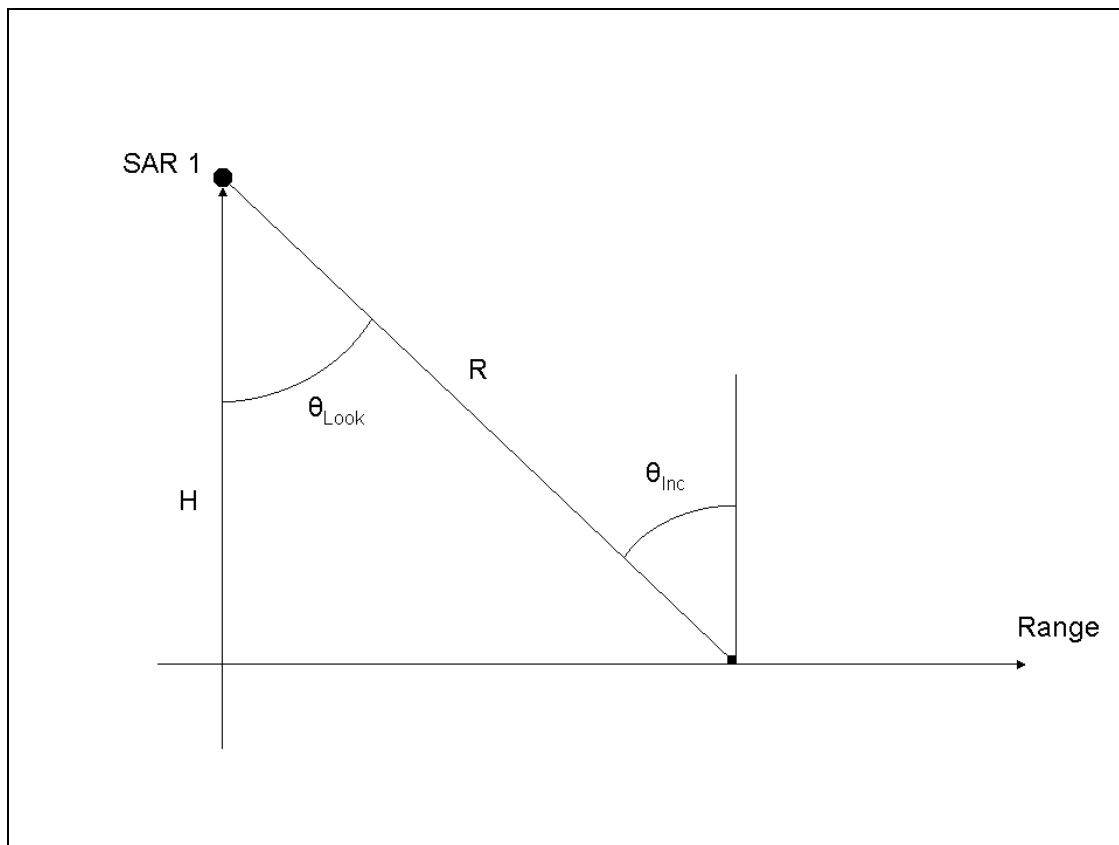
Jordobservasjonssatellitter går i baner noen hundre kilometer over jordoverflaten. ERS-1/2 er eksempler på dette, og de har en banehøyde (H) på omtrent 780 km. Punktet som til enhver tid befinner seg på jordoverflaten rett under satellitten kalles for nadirpunktet eller bare nadir. Retningen som går fra nadirpunktet og står normalt på satellittens bevegelsesretning, kalles for range (se Figur 2.2), eller nærmere bestemt ground range, så lenge man måler langs bakken.

Dersom radarsignalet hadde blitt sendt loddrett ned fra satellitten, ville det blitt reflektert samtidig fra punkter på begge sider av nadirpunktet dersom avstanden til disse punktene var den samme. For å unngå dette sendes radarsignalet bare ut til den ene siden. Signalet sendes ut normalt på satellittens fartsretning, og med en vinkel i forhold til loddelinjen ned fra satellitten. Denne vinkelen kalles kikkevinkel ( $\theta_{\text{Look}}$ ). Avstanden fra SAR-antennen og ned til målet på bakken, betegnes med R.

Dersom bakken er helt flat, blir radarsignalets innfallsvinkel på bakken lik kikkevinkelen. Denne kalles for innfallsvinkel, og betegnes med  $\theta_{\text{Inc}}$ . Dersom bakken ikke er flat, men har topografi (se Figur 2.3), vil radarsignalets innfallsvinkel på bakken avhenge av helningen til terrenget ( $\alpha_{\text{Topo}}$ ). Denne terrengavhengige innfallsvinkelen kalles lokal innfallsvinkel, og beregnes slik:

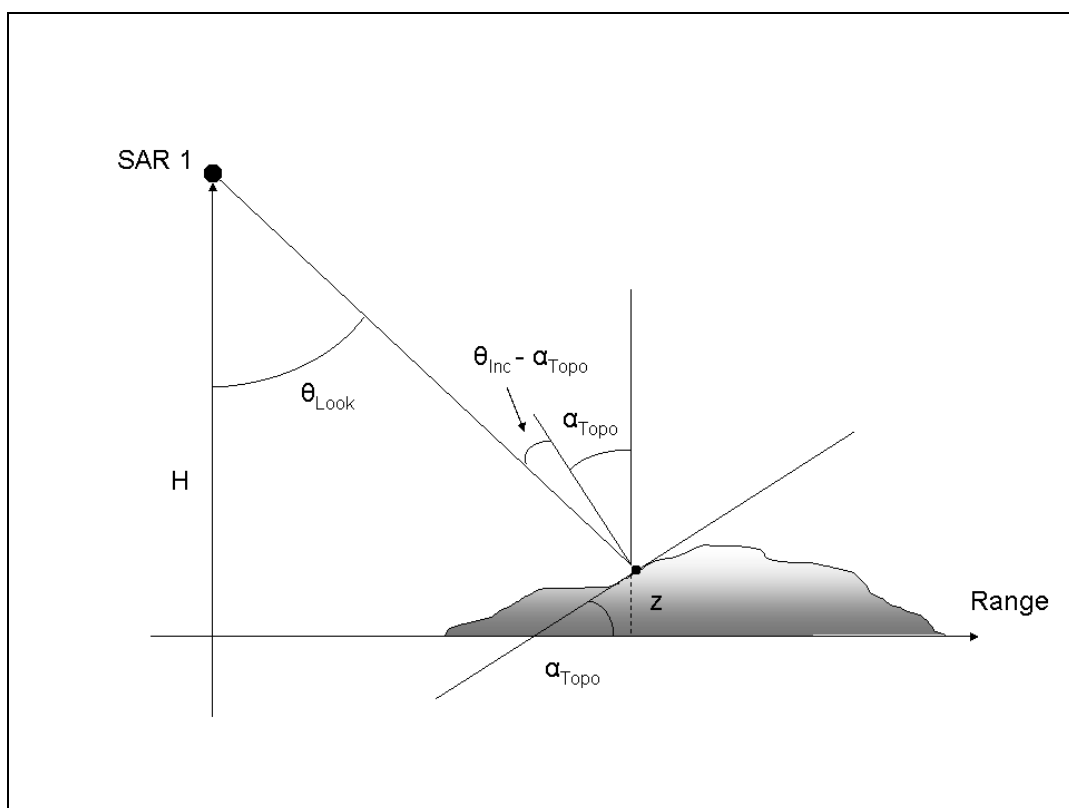
$$\theta_{\text{Inc,loc}} \equiv \theta_{\text{Inc}} - \alpha_{\text{Topo}} \quad (2.3)$$

Høyden til et punkt betegnes med z, og refererer til høyden over en ellipsoidisk overflate som skjærer normalt på satellittens loddelinje i nadirpunktet.



Figur 2.2 Illustrasjon som viser forenklet SAR-geometri med antatt flat jord, uten topografi.





Figur 2.3 Illustrasjon som viser forenklet SAR-geometri med antatt flat jord, men med topografi.

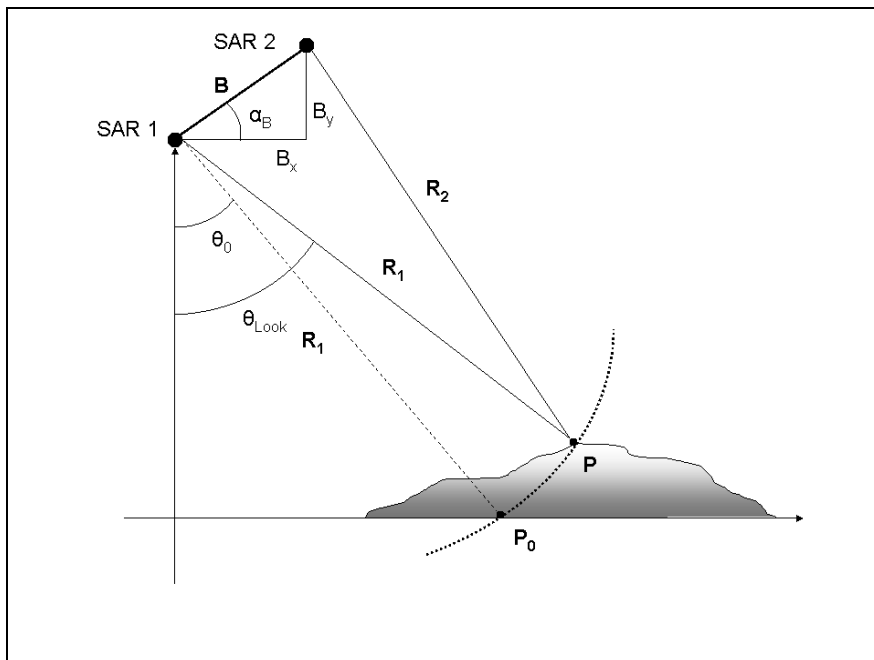
### 2.3 Måling av distanse fra en satellitt

Radaren måler bare den radielle distansen til et objekt. Figur 2.4 viser hvordan den dermed ikke kan skille mellom et punkt  $P_0$  og et annet punkt  $P$ , som har en annen horisontal og vertikal plassering, men samme distanse til radaren (SAR 1). Derfor er det nødvendig med to radarmålinger fra to ulike opptakspunkt for å unngå denne flertydigheten. Distansen mellom opptakspunktene kalles baselinje ( $B$ ), og komponenten som står normalt på kikkeretningen, kalles perpendikulær eller effektiv baselinje ( $B_{\perp}$ ) (se Figur 2.5). Distansen til  $P_0$  blir ulik fra de to opptakspunktene, og denne distanseforskjellen kan brukes til å plassere objektet. Det samme gjelder for punktet  $P$ , og slik kan disse objektene skiller fra hverandre.

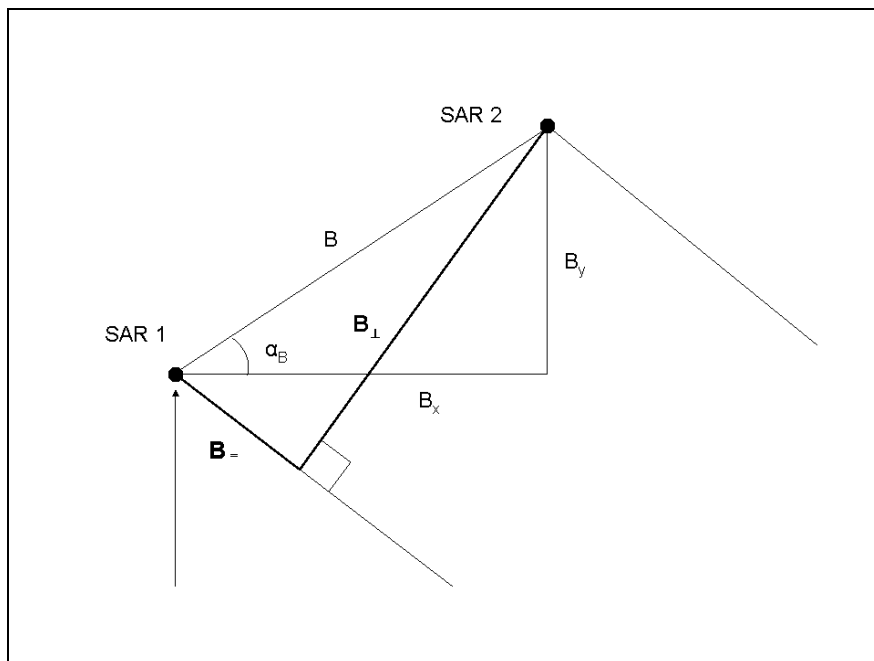
Distanseforskjellen  $\delta R^1$  mellom de to målingene er imidlertid så liten (av størrelsesorden på mm nivå) at den faller innenfor usikkerheten til den vanlige anstandsmålingen med radar [Madsen et. al., 1993]. Men ved hjelp av fasen til radarsignalet er det mulig å måle denne størrelsen. På sin vei frem og tilbake til objektet bruker radarsignalet et visst antall av bølgelengder. Når det så returnerer til radaren, vil fasen som måles representere den siste fraksjonen av en bølgelengde som skulle til for å tilbakelegge strekningen fram og tilbake til objektet. Siden radio- og

<sup>1</sup> Legg merke til at Figur 2.4 har overdrevne proporsjoner. I virkeligheten er baselinjen  $B$  av størrelsesorden på noen titalls meter, mens satellithøyden  $H_{\text{sat}}$  vanligvis er på ca. 800 km. Dermed er  $R_1 \approx R_2$ , og  $\delta R$  følgelig veldig liten, og ikke mulig å se med det blotte øyet på en illustrasjon som denne, dersom den skulle ha korrekte proporsjoner.

mikrobølgene har en lengde av størrelsesorden på noen centimeter, vil fasen som måler en fraksjon av dette, representere en lengde på noen millimeter [Hanssen, 2001].



Figur 2.4 Opptaksgeometri. Baselinje, avstand til objektet og kikkevinkel.



Figur 2.5 Nærbilde av satellittkonstellasjonen i Figur 2.4. Baselinjen mellom de to satellittene kan deles opp i flere komponenter, både i henhold til et  $xy$ -koordinatsystem, og parallelt og normalt på siktelinjen.

## 2.4 SAR interferometri

SAR interferometri er en teknikk som brukes for å gjøre tredimensjonale målinger av Jordens overflate, og den ble introdusert av [Graham, 1974]. Teknikken benytter seg av fasen til det komplekse radarsignalet som registreres ved SAR-opptak. Denne fasen avhenger av avstanden mellom SAR-antennen og objektet på jordens overflate. Ved å sammenlikne fasen ved to opptak, er det mulig å bestemme forskjellen i avstanden til objektet ved disse to opptakene. Dersom opptakene blir gjort fra ulike posisjoner, vil faseforskjellen og måten den varierer over SAR-bildet avhenge av topografien i scenen. Hvis opptakene derimot er gjort fra samme punkt, men til ulik tid, vil en faseforskjell bety at avstanden til objektet har endret seg i mellomtiden. På denne måten kan deformasjon av jordoverflaten observeres.

Det finnes i all hovedsak to teknikker som tar i bruk ulike opptaksposisjoner, nemlig *across-track* og *along-track*. Her er opptakspunktene posisjonert henholdsvis på tvers og på langs av plattformens fartsretning. En tredje metode kalles for *repeat-track*, der opptakene gjøres fra samme posisjon, men til ulike tidspunkter. Denne metoden er godt egnet for satellitter, som går i nøyaktige baner, og derfor kan bringes tilbake til det samme opptakspunktet flere ganger [Gens og van Genderen, 1996].

Det er denne siste metoden som har blitt brukt i dette arbeidet. Data er samlet over flere år over det samme området fra en satellitt som stadig har returnert til det samme opptakspunktet. Dette gir en lang tidsserie av data som gjør det mulig å observere langsomme endringer. Dette er også en av fordelene ved interferometri, nemlig muligheten til å observere små endringer over lang tid, selv fra lange avstander.

### 2.4.1 Interferometrisk fase

Radarsignalet som reflekteres tilbake fra objektet måles, SAR-prosesserer og lagres som pikselverdier i SAR-bildet. Dette er en komplekse verdier, eller en fasorer [McClellan et. al., 2003], og kan uttrykkes som dette:

$$s_0 = |s_0| e^{j\angle s_0} = |s_0| e^{j\varphi_0} \quad (2.4)$$

$|s_0|$  er amplituden og  $\varphi_0$  er fasen til radarsignalet, som er elektromagnetiske bølger, radio- eller mikrobølger. Fasen avhenger både av objektets tilbakespredningsegenskaper, signalets propagering gjennom atmosfæren, og avstanden til objektet. Vi skal i første omgang se bort fra de første to faktorene, og konsentrere oss om den siste.

Differansen mellom fasen til verdiene i to korresponderende piksler i to SAR-bilder kalles for interferometrisk fase. Med korresponderende piksler, menes to piksler, ett fra det ene bildet og ett fra det andre, som representerer det samme geografiske området på bakken. Denne faseforskjellen kan uttrykkes slik:

$$\delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (2.5)$$

Her er  $\varphi_1$  og  $\varphi_2$  fasene til to pikselverdier  $s_1$  og  $s_2$  fra hvert sitt bilde. Uttrykt ved  $s_1$  og  $s_2$ , gir dette uttrykket [Wangensteen, 1999]:

$$\delta\varphi = \angle(s_2 s_1^*) = \angle(|s_2| e^{j\varphi_2} |s_1| e^{-j\varphi_1}) = \varphi_2 - \varphi_1 \quad (2.6)$$

Her indikerer \* den komplekskonjugerte. Et interferogram, eller et kompleks interferogram som det ofte kalles, lages ved å kompleks multiplisere verdiene i de korresponderende pikslene i to datasett. Altså inneholder hver piksel i interferogrammet verdien  $s_1 s_2^*$ , og likning (2.6) viser hvordan den interferometriske fasen enkelt kan deduseres fra dette [Hanssen, 2001].

#### 2.4.2 Flat jord faseskift og topografi

La oss så se på hvilke komponenter den interferometriske fasen består av. Avstanden fra en radar på en satellitt og ned til et punkt på bakken kalles for  $R_0$  (se Figur 2.4). Når radarsignalet har beveget seg fra satellitten, ned til bakken og tilbake opp til satellitten, har det tilbakelagt strekningen  $R$  to ganger. Denne strekningen kan også uttrykkes som et helt antall ( $N$ ) av signalets bølgelengde ( $\lambda$ ), pluss et bidrag fra en siste fraksjon ( $\varphi$ ) av en bølgelengde:

$$2R_0 = N\lambda + \frac{\varphi}{2\pi} \lambda \quad (2.7)$$

$\varphi$  er her fasen til signalet som lagres i SAR-bildet. Løsning med hensyn på fasen gir:

$$\varphi = 2\pi \left( \frac{2R_0}{\lambda} - N \right) \quad (2.8)$$

I tillegg til å være et direkte resultat av opptaksgeometrien, avhenger denne fasen også av tilbakespredningsegenskapene til objektet [Hanssen, 2001]. Dette gir et bidrag  $\varphi_{scat}$  til den fasen som returneres til radaren. Fasen til to målte signaler  $P_1$  og  $P_2$  i korresponderende piksler i to SAR-bilder, vil da se ut som dette:

$$\varphi_1 = 2\pi \left( \frac{2R_1}{\lambda} - N_1 \right) + \varphi_{scat,1} \quad (2.9)$$

$$\varphi_2 = 2\pi \left( \frac{2R_2}{\lambda} - N_2 \right) + \varphi_{scat,2} \quad (2.10)$$

Antatt en tilstrekkelig liten baselinje, vil forskjellen mellom  $R_1$  og  $R_2$  være mindre enn én bølgelengde, og det gir at  $N_1 = N_2$ . Også antatt at tilbakespredningsegenskapene til dette punktet er lik ved de to opptakene gir at  $\varphi_{scat,1} = \varphi_{scat,2}$ . Den interferometriske fasen blir da som dette [Zebker og Goldstein, 1986]:

$$\delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{4\pi(R_2 - R_1)}{\lambda} = \frac{4\pi\delta R}{\lambda} \quad (2.11)$$

$\delta R$  kan finnes geometrisk fra Figur 2.4 ved hjelp av cosinussetningen.

$$(R + \delta R)^2 = B^2 + R^2 - 2BR \cos(90^\circ - \theta_{look} + \alpha_B) \quad (2.12)$$

$$R + \delta R = \sqrt{B^2 + R^2 - 2BR \sin(\theta_{look} - \alpha_B)} \approx R - B \sin(\theta_{look} - \alpha_B) \quad (2.13)$$

Denne tilnærmingen er mulig siden  $B \ll R$ , og kalles parallelstråletilnærming [Zebker, 2000]. Fra dette er det klart at<sup>2</sup>:

$$\delta R \approx -B \sin(\theta_{look} - \alpha_B) \quad (2.14)$$

Dette kan nå settes inn i uttrykket for den interferometriske fasen i likning (2.11):

$$\delta\varphi \approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_{look} - \alpha_B) \quad (2.15)$$

Dette uttrykket gir en entydig plassering av en tenkt projisering av P ned på referanseplanet langs siktelinjen fra radaren til punktet. Denne linjen kalles siktelinjen og forkortes med LOS (Line Of Sight). Referanseplanet er planet som går gjennom nullpunktet for satellithøyden. For å plassere punktet P entydig, trenger vi å involvere punktets høyde over referanseplanet i uttrykket for den interferometriske fasen. La oss begynne med å ekspandere sinusfunksjonen rundt  $\theta_{look} = \theta_0 + \delta\theta$ .

$$\delta\varphi \approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_{look} - \alpha_B) \quad (2.16)$$

$$= -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 + \delta\theta - \alpha_B) = -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin((\theta_0 - \alpha_B) + \delta\theta) \quad (2.17)$$

$$= -\frac{4\pi}{\lambda} B (\sin(\theta_0 - \alpha_B) \cos(\delta\theta) + \cos(\theta_0 - \alpha_B) \sin(\delta\theta)) \quad (2.18)$$

$$\approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 - \alpha_B) - \frac{4\pi}{\lambda} B \delta\theta \cos(\theta_0 - \alpha_B) \quad (2.19)$$

<sup>2</sup> Det negative fortegnet kan forklares med at  $\alpha < \theta$  er avstanden fra S2 til punktet på bakken mindre enn avstanden fra S1. Derfor må  $\delta R$  være negativ, slik at  $R_1 > R_2$  når  $R_2 = R_1 + \delta R$ . Dersom  $\alpha > \theta$  er  $\sin(\theta - \alpha) < 0$ , og det medfører at  $\delta R > 0$  og  $R_1 < R_2$ . For  $\alpha = \theta$  er  $\sin(\theta - \alpha) = 0$ ,  $\delta R = 0$  og  $R_1 = R_2$ .

Her er det brukt at  $\cos(\delta\theta) \approx 1$  og  $\sin(\delta\theta) = \delta\theta$ , gitt at  $\delta\theta$  har en liten verdi (se Appendiks A). Figur 2.1 viser at  $\delta\theta$  er koplet til terrenghøyden  $z$  ved følgende trivielle geometriske sammenheng [Zebker and Goldstein, 1986]:

$$z = H - R \cos(\theta_0 + \delta\theta) \quad (2.20)$$

$$\cos(\theta_0 + \delta\theta) = \frac{H - z}{R} \quad (2.21)$$

$$\cos(\theta_0) \cos(\delta\theta) - \sin(\theta_0) \sin(\delta\theta) = \frac{H - z}{R} \quad (2.22)$$

Dette kan forenkles, siden verdien til  $\delta\theta$  liten. Generelt gjelder det for små vinkler  $\delta\theta$  at  $\cos(\delta\theta) \approx 1$  og  $\sin(\delta\theta) \approx \delta\theta$  (se Appendiks A). Det gir følgende:

$$\cos(\theta_0) - \sin(\theta_0) \delta\theta \approx \frac{H - z}{R} \quad (2.23)$$

Siden  $\frac{H}{R} = \cos(\theta_0)$  med eksakt likhet, gir dette at:

$$\frac{z}{R} \approx \sin(\theta_0) \delta\theta \quad (2.24)$$

Dette gir følgende med hensyn på residualvinkelen  $\delta\theta$ :

$$\delta\theta \approx \frac{z}{R \sin(\theta_0)} \quad (2.25)$$

Dette settes så inn i uttrykket for den interferometriske fasen i likning (2.19):

$$\delta\varphi \approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 - \alpha_B) - \frac{4\pi}{\lambda} B \frac{z}{R \sin(\theta_0)} \cos(\theta_0 - \alpha_B) \quad (2.26)$$

Det første leddet i dette uttrykket beskriver den interferometriske fasen i forhold til punktenes projisering ned på referanseplanet og kalles derfor flat jord faseskift. Dette bidraget øker med kikkevinkelen  $\theta_0$ . Det andre leddet er det topografiske bidraget til den interferometriske fasen, og øker med høyden  $z$  til punktet P. Noter at  $\theta_0$  er kikkevinkel til projeksjonen P0 til punktet P langs sirkelbuen som markerer avstanden R mellom radaren og P. Alt dette kan summeres opp slik:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{flat} + \delta\varphi_{topo} \quad (2.27)$$

Likning 2.26 viser at både flat jord fasen og den topografiske fasen er proporsjonal med baselinjen mellom de to opptakspunktene. Desto større baselinjen er, desto større utslag vil endringer av henholdsvis kikkevinkelen  $\theta_0$  og topografien  $z$  påføre den interferometriske fasen. Så det er opplagt en fordel med lang baselinje dersom man skal kartlegge topografien. På den andre siden må ikke baselinjen overskride den kritiske verdien. Denne er beskrevet i avsnitt 2.5.6 *Kritisk baselinje*.

Det er verdt å nevne at intensiteten til radarsignalet gir en viss indikasjon av terrenget. Hellinger som er rettet mot radaren vil gi høy tilbakespredning i den retningen, og vil fremstå som lyse områder i SAR-bildet. Hellinger som er rettet vekk fra radaren, vil derimot spre signalet vekk, og på tilsvarende vis framstå som mørke. Denne teknikken kalles radargrammetri [Toutin, 1995], og er analog til stereoskopiske teknikker i fotogrammetrien. Denne teknikken gir imidlertid ikke så nøyaktig kvantitativ informasjon som den interferometriske fasen og de geometriske betraktninger som er beskrevet ovenfor [Hanssen, 2003].

### 2.4.3 Deformasjon av bakken

Deformasjon av bakken mellom to tidspunkter  $t_0$  og  $t_1$ , vil kunne gi forskjellig avstand fra antennen til objektet for SAR-opptak som er gjort ved de to tidspunktene. Denne avstandsforskjellen betegnes med  $\delta R$  som i likning (2.11). Radaren er imidlertid bare i stand til å måle deformasjon langs siktelinjen, men denne målingen vil gi et direkte bidrag til  $\delta R$ . Så en deformasjon med lengde  $D$  langs LOS, vil gi et bidrag  $\delta R_{def} = D$  til  $\delta R$ . Dette vil videre gi et bidrag  $\delta\varphi_{def}$  til den interferometriske fasen  $\delta\varphi$ . Dette fasebidraget finner man ved å sette inn i likning (2.11):

$$\delta\varphi_{def} = \frac{4\pi\delta R_{def}}{\lambda} = \frac{4\pi D}{\lambda} \quad (2.28)$$

Dette kan legges til den totale interferometriske fasen:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{flat} + \delta\varphi_{topo} + \delta\varphi_{def} \quad (2.29)$$

Og det totale uttrykket blir da som dette:

$$\delta\varphi \approx -\frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta_0 - \alpha_B) - \frac{4\pi}{\lambda} B \frac{z}{R \sin(\theta_0)} \cos(\theta_0 - \alpha_B) - \frac{4\pi D}{\lambda} \quad (2.30)$$

hvor D er målt langs LOS med positiv retning bort fra satellitten.

Dersom man ønsker å kartlegge den fullstendige deformasjonen til dette punktet i 3D, og ikke bare dens komponent langs siktelinjen, må det gjøres målinger fra flere forskjellige vinkler. Deformasjonen er da beskrevet av aksene som går langs hver av siktelinjene.

#### 2.4.4 Følsomhet for deformasjon

Når den interferometriske fasen fra likning (2.30) skal brukes til å måle overflatedeformasjon, må de to første leddene kanselleres eller minimeres mest mulig. Disse leddene representerer flat jord fase og topografi. Når disse er minimert eller kansellert, tilnærmes den ønskede situasjonen, nemlig at mesteparten av den interferometriske fasen er et resultat av overflatedeformasjon. Da kan overflatedeformasjonen enkelt deduseres på denne måten:

$$\delta\varphi \approx \frac{4\pi D}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad D \approx \frac{\lambda \delta\varphi}{4\pi} \quad (2.31)$$

Det er imidlertid slik at overflatedeformasjon har en mye større innvirkning på den interferometriske fasen enn det for eksempel topografi har. I alle fall ved den vanlige satellittkonfigurasjonen som gjelder for jordobservasjonssatellittene. Så dersom jordoverflaten virkelig har blitt deformert mellom to SAR-opptak, vil det dominere den interferometriske fasen. Dette kan illustreres med et enkelt eksempel. La oss se på en typisk konfigurasjon av ERS-1/2.

<i>Satellitthøyde (H):</i>	780 km
<i>Initial kikkevinkel (<math>\theta_0</math>):</i>	20°
<i>Distanse mellom satellitt og objekt (<math>R = H/\cos(\theta_0)</math>):</i>	830 km
<i>Baselinje:</i>	100 m
<i>Baselinje vinkel (<math>\alpha</math>):</i>	45°
<i>Bølgelengde (<math>\lambda</math>):</i>	5,66 cm

*Med disse parametrene vil en topografisk høydeforskjell på 10 m gi et bidrag til den interferometriske fasen på  $\delta\varphi_{topo} = 40,6^\circ$ . For å oppnå det samme bidraget fra overflatedeformasjon, er det tilstrekkelig med en deformasjon på bare 3,2 mm i sikteretningen retning. Ergo er virkningen fra overflatedeformasjon over 3000 ganger større enn fra topografi.*

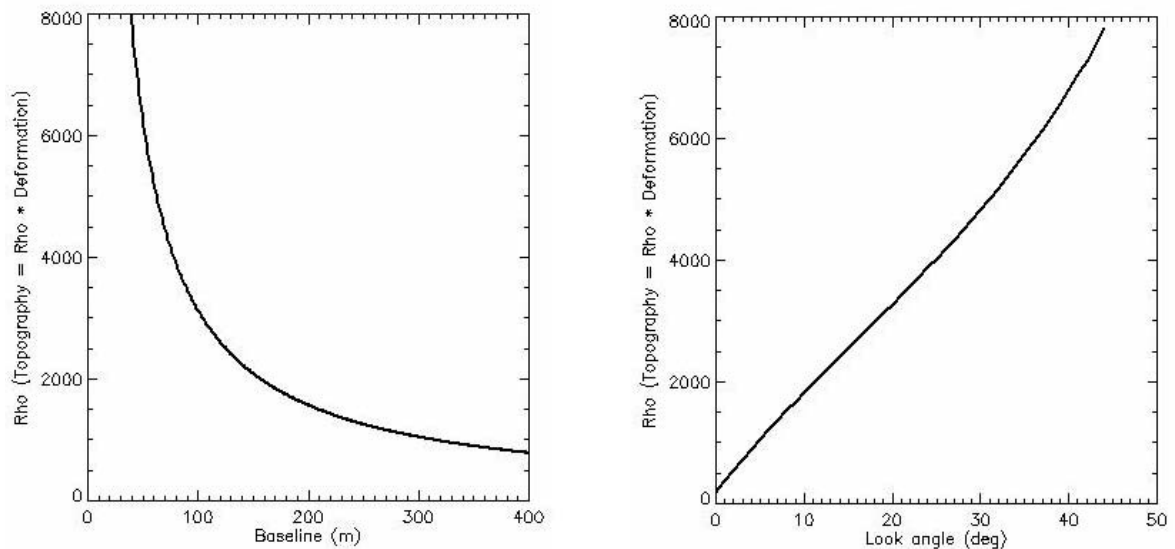
Dette kan også avledes ved direkte inspeksjon av leddene i det matematiske uttrykket for den interferometriske fasen i likning (2.30). Både leddet for den topografiske høydeforskjellen (z) og



for overflatedeformasjon inneholder en faktor  $\frac{4\pi}{\lambda}$ . Men  $z$  multipliseres i tillegg med en faktor  $\frac{B \cos(\theta_0 - \alpha_B)}{R \sin(\theta_0)}$ . Siden baselinen er mye mindre enn satellitthøyden i de fleste

satellitkonfigurasjoner ( $B \ll R$ ), er denne brøken et forholdsvis lite tall. Dermed skaleres topografiske høydeforskjeller ned i forhold til deformasjon i uttrykket for den interferometriske fasen. Figur 2.6 viser at deformasjonen dominerer over topografien med en faktor på mellom omtrent 1000 og 4000 for de mest aktuelle verdiene for baselinje og kikkevinkel. Legg imidlertid merke til at skaleringsfaktoren øker mot uendelig når baselinjen nærmer seg 0 meter. Det betyr at deformasjonen dominerer totalt over topografien i uttrykket for den interferometriske fasen. Denne dominansen avtar når baselinjen øker, men selv for baselinjer på flere hunder meter, er skaleringsfaktoren av en størrelsesorden på flere hundre. Gitt en fiksert baselinje mellom opptakspunktene, avtar dominansen til deformasjonen med avtagende kikkevinkel. Men selv for en uaktuelt liten kikkevinkel, er skaleringsfaktoren på flere hundre i favør av deformasjon over topografi.

På tross av at den øker med avtagende kikkevinkel, er dette forholdet fortsatt et lite tall. Selv om vi setter inn en kikkevinkel på bare  $1^\circ$  i konfigurasjonen i eksempelet ovenfor, multipliseres  $z$  med en faktor på mindre enn 0,005. Ergo har overflatedeformasjonen en innvirkning på den interferometriske fasen som er over 200 ganger større enn innvirkningen fra den topografiske høydeforskjellen.



Figur 2.6 Venstre: Deformasjonens dominans over topografien i den interferometriske fasen, avtar med økende baselinje. Kikkevinkelen erstatt til  $20^\circ$ . Høyre: Deformasjonens dominans øker med økende kikkevinkel. Her er baselinjen satt til 100 m.

#### 2.4.5 Bidrag fra atmosfærisk fase

Inhomogeniteter i atmosfæren påvirker radarsignalet, og forsinker propageringshastigheten i forhold til hastigheten  $c$  til elektromagnetiske bølger i vakuum. Dette skyldes for det meste variasjoner i fordelingen av vanndamp i atmosfæren. Resultatet av dette er en faseforsinkning av radarsignalet, og følgelig et bidrag  $\varphi_{\text{atmos}}$  til den interferometriske fasen. Atmosfærens innvirkning på radarsignalet er grundig beskrevet i [Hanssen, 2001].

En annen atmosfærisk effekt er de sesongavhengige variasjonene i temperatur og nedbør. Disse effektene kan imidlertid reduseres ved å anta at de har en viss lokal romlig korrelasjon [Weydahl et. al., 2001]. Men signifikante endringer kan forårsake dekorrelasjon over tid, og vil bidra til støy i den interferometriske fasen.

#### 2.4.6 Støy i den interferometriske fasen

I tillegg til støy som er forårsaket av atmosfæriske effekter, finnes det flere kilder til støy i den interferometriske fasen. Først og fremst gjelder det plutselige endringer i bakkens evne til å tilbakespre radarsignalet, eller eventuelt tilfeldige endringer i tilbakespredningsobjektens posisjon. Videre kan det forekomme instrumentell støy i radarens komponenter. Bidraget til den interferometriske fasen fra alle disse effektene, er samlet i leddet  $\varphi_{\text{noise}}$ . Dekorrelasjon av SAR-signalet er ytterligere beskrevet i avsnitt 2.5.4 *Kilder til dekorrelasjon*.

#### 2.4.7 Interferometrisk fase – Endelig uttrykk

Dersom bidragene fra både atmosfæren og annen støy legges til likning (2.29), oppnås det endelige uttrykket for den interferometriske fasen [Weydahl et. al., 2001]:

$$\delta\varphi = \delta\varphi_{\text{flat}} + \delta\varphi_{\text{topo}} + \delta\varphi_{\text{def}} + \varphi_{\text{atmos}} + \varphi_{\text{noise}} \quad (2.32)$$

Ved å måle den interferometriske fasen  $\delta\varphi$ , kan hvilket som helst av leddene på den høyre siden av uttrykket bestemmes, såfremt verdien av alle de andre leddene er kjente eller kan estimeres.

## 2.5 Interferogram

Interferogram er et bilde som dannes ved å ta differansen mellom fasen til radarsignalet i to SAR-bilder. Denne differansen beregnes mellom korresponderende piksler, som betyr piksler som representerer det samme geografiske området på bakken.

### 2.5.1 Fringer og fasens flertydighet

Den interferometriske fasen varierer fra piksel til piksel, ettersom topografien og eventuell overflatedeformasjon varierer i SAR-scenen. Dersom variasjonene ikke er abrupte, danner pikselverdiene en jevn overflate. På denne måten øker pikselverdiene kontinuerlig der hvor det er stigende terreng, eventuelt synker kontinuerlig, avhengig av satellittgeometrien, se avsnitt 2.4.2 *Flat jord faseskift og topografi*. Det samme gjelder for deformasjon; deformasjon som er kontinuerlig i tid og rom avbildes som en jevn overflate hvor pikselverdiene øker med økende deformasjon.

Det er imidlertid sånn at radaren bare måler fasen til de elektromagnetiske bølgene i det øyeblikk de treffer antennen. Denne fasen gis modulo  $2\pi$ , på intervallet  $[0, 2\pi)$ , som er definisjonsmengden til fasene i SAR-bildet og til den interferometriske fasen [Hartl og Wu, 1993]. Når den interferometriske fasen når verdien  $2\pi$  for eksempel på grunn av økende elevasjon langs en akse i interferogrammet, wrappes verdien tilbake til 0, og fortsetter stigningen på intervallet  $[0, 2\pi)$ . Dette betegnes som den interferometriske fasens flertydighet.

Ved visualisering av interferogrammet tilordnes en fargeskala eller en gråtoneskala til pikselverdiene. På grunn av at fasen wrappes rundt intervallet  $[0, 2\pi)$ , får interferogrammet sitt særegne mønster av fringer (se Figur 2.7). Pikselverdiene øker fra 0 til  $2\pi$  langs en hvilken som helst tverrsnitt over en fringe.

Den topografiske tolkningen av fringene, er at punkter med samme farge eller gråtone innenfor en fringe<sup>3</sup> har samme elevasjon. Ergo tilsvarer fringene høydekurver, dersom bare det topografiske bidraget til den interferometriske fasen er tatt med i beregningen. La oss igjen se på den topografiske fasen fra likning (2.30), og skrive den om med hensyn på den topografiske høyden,

$$z \approx -\frac{\lambda R \sin(\theta_0)}{4\pi B \cos(\theta_0 - \alpha_B)} \delta\varphi_{topo} \quad (2.33)$$

Her er det klart at en økning av fasen  $\delta\varphi_{topo}$  fra 0 til  $2\pi$ , tilsvarer en viss høydeforskjell  $\delta z$  (positiv eller negativ, avhengig av satellittgeometrien). Denne høydeforskjellen kan uttrykkes som dette:

---

<sup>3</sup> Et forbehold for at fringene skal kunne tolkes som høydekurver, er at man ser på et begrenset geografisk område. To punkter som ligger langt fra hverandre vil ha forskjellig kikkvinkel ( $\theta_0$ ). Siden kikkvinkelen inngår i uttrykket for både flat jord fasen og det topografiske bidraget til den interferometriske fasen, vil en stor avstand mellom punktene gi dem ulik interferometrisk fase, selv om de ligger like høyt over havet.

$$\delta z = \frac{\lambda R \sin(\theta_0)}{4\pi B \cos(\theta_0 - \alpha_B)} * 2\pi = \frac{\lambda R \sin(\theta_0)}{2B \cos(\theta_0 - \alpha_B)} \quad (2.34)$$

Dette viser at høydeforskjellen på tvers av en fringe er omvendt proporsjonal med baselinjen (B) mellom opptakspunktene, dersom alle andre parametere fikseres. Dvs. at større baselinje gir mindre høydeforskjell over en fringe. Videre kan vi se på følgende uttrykk:

$$\delta z = \delta r * \tan(\alpha_{Topo}) \quad (2.35)$$

Her er  $\delta r$  den horisontale distansen på tvers av en fringe, og  $\alpha_{Topo}$  er terrengets helning langs  $\delta r$  (se Figur 2.7). Dette viser tydelig at bredden av en fringe slik den framstår på interferogrammet, er omvendt proporsjonal med baselinjen. Dersom likning (2.34) kombineres med likning (2.35), gir det følgende:

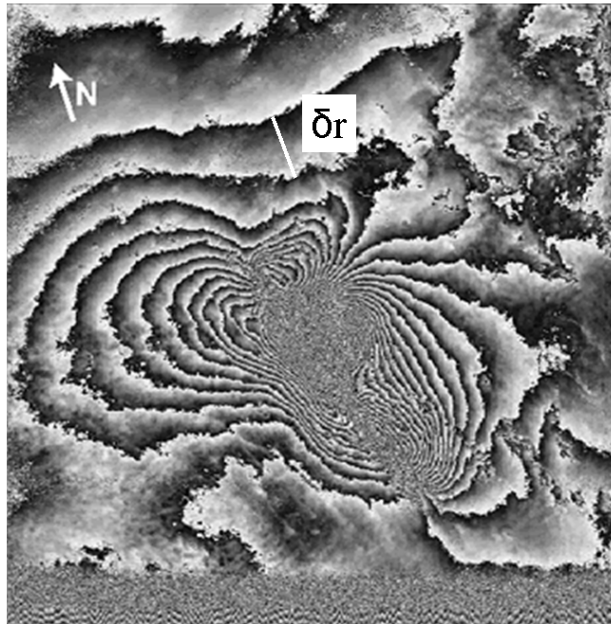
$$\delta r = \frac{\lambda R \sin(\theta_0)}{2B \cos(\theta_0 - \alpha) \tan(\alpha_{Topo})} \quad (2.36)$$

Her går det tydelig frem at bratt terreng fører til smale fringer. Det samme gjør en lang baselinje. Når det gjelder praktisk bruk av interferogrammet, må fringene være tilstrekkelig brede, og derfor er det en øvre grense for hvor stor baselinje det kan være mellom satellittene i to opptakspunkt. Avsnitt 2.5.6 *Kritisk baselinje* går nærmere inn på begrensningene til baselinjen.

Det er viktig å poengtere at på grunn av wrappingen og flertydigheten til den interferometriske fasen, så gir den kun relative sammenhenger på bakken. Som beskrevet ovenfor gir den interferometriske fasen bare relative høydeforskjeller innenfor en fringe. Men siden høydeforskjellen over en hel fringe er kjent, kan høydeforskjellen mellom to punkter i forskjellige fringer finnes ved å telle fringene mellom dem. Slik kan også den absolute elevasjonen til et punkt identifiseres, ved å telle fringer mellom punktet og et referansepunkt med kjent elevasjon.

La oss så se på overflatedeformasjon. Hastigheten eller størrelsen på deformasjonen kan beskrives som en matematisk overflate over horisontalplanet. Den interferometriske fasens flertydighet må tolkes på samme måten som når vi så på topografi, nemlig ved at overflatedeformasjonens bidrag til den interferometriske fasen kun måles relativt innefor hver fringe. I mange tilfeller ønsker man imidlertid å måle den absolute deformasjonen i forhold til et stabilt referansepunkt. Igjen må man telle fringene mellom referansepunktet og punktet som skal undersøkes.

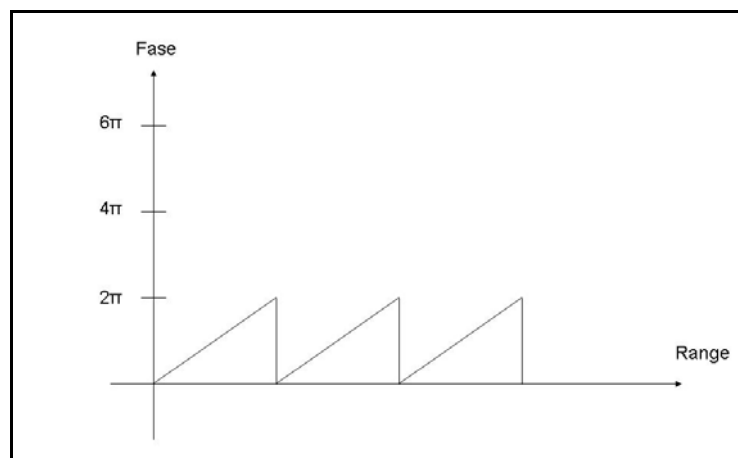
Akkurat som for topografien, avtar fringenes bredde med økende deformasjon. Områder med dramatisk deformasjon karakteriseres derfor av smale fringer.



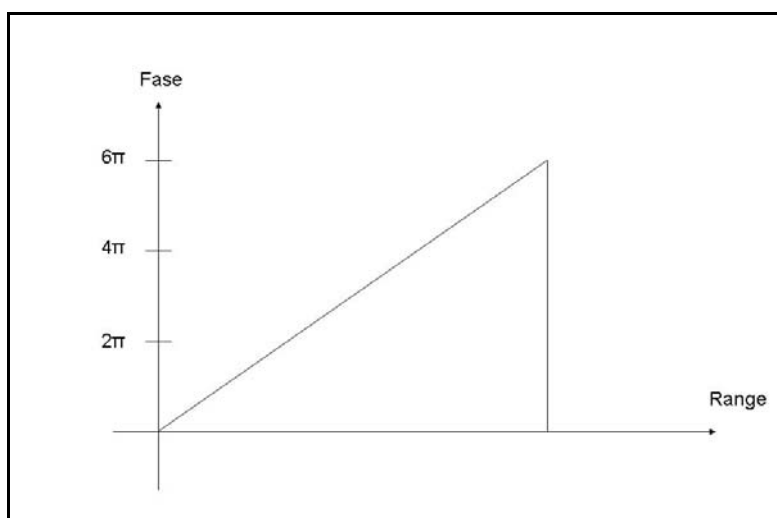
Figur 2.7 Interferogram. Deformasjonsraten øker med synkende bredde ( $\delta r$ ) på fringene.

### 2.5.2 Fase unwrapping

Både når det gjelder topografi og overflatedeformasjon er man som oftest interessert i absolutte målinger i forhold til et referansepunkt, og ikke bare relative målinger innenfor enkelte fringer. Det er derfor best å unwrappe pikselverdiene ut av intervallet  $[0, 2\pi)$  for å unngå å måtte telle fringene, slik som beskrevet i forrige avsnitt. Det gjøres ved å akkumulativt addere  $2\pi$  til pikselverdiene hver gang de wrappes fra  $2\pi$  til 0. Prinsippet er enkelt, men det er en komplisert prosess hvis det skal gjøres automatisk, og det er utviklet mange teknikker for slik fase unwrapping [Hartl og Wu, 1993]. Ved fringe unwrapping erstattes fringemønsteret av en kontinuerlig overflate (se Figur 2.8 og Figur 2.9).



Figur 2.8 Over hver fringe varierer faseverdien fra 0 til  $2\pi$ .



Figur 2.9 Etter fase unwrapping varierer verdiene i interferogrammet kontinuerlig på ett intervall.

### 2.5.3 Koherens

Med repeat-pass satellitt SAR interferometri kan det måles små og langsomme bevegelser på bakken, og disse er av størrelsesorden 1 mm over flere år. Tverrsnittet av hver fringe i interferogrammet representerer en deformasjonsforskjell på størrelse med bølgelengden som er noen centimeter. Desto mer deformasjonen varierer i et område, jo smalere blir hver fringe. Plutselige og store endringer vil kunne gjøre fringene så smale at de blir uleselige, og i verste fall vil fringemønsteret forsvinne helt. Dette gjelder særlig dersom endringene på bakken er kaotiske. For å kunne utnytte interferogrammet er det derfor viktig at tilbakespredningen fra bakken er innenfor et visst nivå av stabilitet, slik at sekvensielle optak er korrelerte med hverandre. Et signal med god korrelasjon mellom to eller flere målinger kalles koherent.

Koherensen  $\gamma$  er gitt ved den komplekse korrelasjonen mellom korresponderende piksler i to SAR images. Gitt de komplekse verdiene  $s_1$  og  $s_2$  i to korresponderende piksler, uttrykkes koherensen vanligvis som dette [Weydahl, 2001]:

$$\gamma = \frac{\langle s_1 s_2^* \rangle}{\sqrt{\langle s_1 s_1^* \rangle \langle s_2 s_2^* \rangle}} \quad (2.37)$$

hvor parentesene  $\langle \cdot \rangle$  uttrykker et estimert gjennomsnitt innenfor et vindu av noen pikslers størrelse og \* betegner kompleks konjugering. I praksis estimeres  $\gamma$  ved å ta det komplekse gjennomsnittet over et endelig  $M \times N$ -vindu av piksler i det komplekse SAR-bildet, og det gir dette uttrykket [Weydahl, 1998]:

$$\hat{\gamma} = \frac{\left[ \left( \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N s_1(i,j) s_2^*(i,j) \right) \left( \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N s_1(i,j) s_2^*(i,j) \right)^* \right]^{1/2}}{\left( \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N s_1(i,j) s_1^*(i,j) \right)^{1/2} \left( \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N s_2(i,j) s_2^*(i,j) \right)^{1/2}} \quad (2.38)$$

Nevneren i dette uttrykket normaliserer verdien av  $\hat{\gamma}$  som da blir liggende på intervallet [0,1], hvor 1 indikerer full koherens mellom de korresponderende pikslene, og 0 indikerer ingen koherens. Mengden av koherens svarer til i hvilken grad det vil fremkomme et godt synlig fringemønster i interferogrammet.

#### 2.5.4 Kilder til dekorrelasjon

Koherensen er et produkt av flere faktorer som påvirker radarsignalet, både før og etter at det er blitt målt.

For det første påvirkes koherensen av endringer på bakken mellom tidspunktene for de to SAR-opptakene. Eksempler på slike endringer av overflaten er vegetasjonsvekst, endringer av fuktigheten i bakken, pløying og høsting av åkrer, og forskjellig snødekke. I vegeterte områder forårsaker vind dekorrelasjon i løpet av sekunder. Det samme gjelder for vannflater. Dersom jordoverflatens beskaffenhet og følgelig bakkens evne til å tilbakespre radarsignalet bevares over tid, kalles det temporal koherens  $\gamma_{\text{Temporal}}$ . Forstyrrelser i atmosfæren bidrar også til denne faktoren. Stor eller kaotisk deformasjon mellom to SAR-opptak, vil også kunne dekorrelere radarsignalet.

Hvis innfallsvinkelen til to SAR-bilder er veldig forskjellig fra hverandre på grunn av en stor romlig baselinje, vil tilbakespredningen fra det samme området kunne bli veldig forskjellig. Radarsignalet vil dermed dekorrelere. Koherensfaktoren  $\gamma_{\text{Baselinje}}$  som avhenger av baselinjen på denne måten, er definert slik [Weydahl et. al., 2001]:

$$\gamma_{\text{Baselinje}} = 1 - \frac{cB_{\perp}}{WR_0 \lambda \tan(\theta_{\text{look}} - \alpha_{\text{Topo}})} \quad (2.39)$$

Her er  $\theta_{\text{look}}$  kikkevinkelen,  $\lambda$  er bølgelengden til radarsignalet,  $R_0$  er avstanden mellom satellitten og objektet,  $\alpha_{\text{Topo}}$  er topografiens helning,  $B_{\perp}$  er den normale baselinjen, og  $W$  er båndbredden til radarsignalet.

Termisk støy i systemets apparatur er antatt å ikke være korrelert [Hanssen, 2001]. Dekorrelasjon av radarsignalet som en følge av slik termisk støy, uttrykkes ved følgende koherensfaktor:

$$\gamma_{SNR} = \frac{1}{1 + SNR^{-1}} \quad (2.40)$$

Her er SNR er forholdet mellom støy i radarsignalet og styrken til selve signalet (Signal-To-Noise ratio).

Videre kan dekorrelasjon også oppstå når SAR rådata prosesseres til singel look complex (SLC) SAR-bilder. Og til sist vil også unøyaktigheter i samregistreringen av SAR-bilder når interferogrammet skal dannes kunne føre til dekorrelasjon. Disse to siste koherensfaktorene betegnes med henholdsvis  $\gamma_{Processor}$  og  $\gamma_{Coregistration}$ .

Den totale koherensen til radarsignalet er produktet av alle disse faktorene:

$$\gamma_{Total} = \gamma_{Temporal} \gamma_{Baselinje} \gamma_{SNR} \gamma_{processor} \gamma_{Coregistration} \quad (2.41)$$

I avsnitt 2.4.7 *Interferometrisk fase – Endelig uttrykk* går det fram at deformasjonskomponenten av den interferometriske fasen kan trekkes ut ved at de andre bidragene minimeres eller isoleres fra uttrykket. Dette betyr samtidig å eliminere koherensbidragene til disse effektene, slik at uttrykket for  $\gamma_{Total}$  domineres av  $\gamma_{Temporal}$ .

### 2.5.5 Geofysisk tolkning av koherens

Når interferogrammet skal tas i bruk, ønsker man at koherensen skal være så god som mulig i det området man vil undersøke. Det er betingelsen for at det skal framkomme et tydelig og distinkt mønster av fringer. Enhver variasjon i koherensen er til det verre for kvaliteten til interferogrammet. På den annen side har variasjoner i koherensen også noen nyttige tolkninger, særlig når det gjelder klassifisering av jordoverflaten. For eksempel er vannflater lett gjenkjennelige på grunn av deres lave koherens sammenliknet med tilstøtende landområder. Det samme gjelder for vegeterte områder i forhold til omliggende uvegeterte arealer.

En annen tolkning av koherens, eller mangel på sådan, er overflateendringer, slik som for eksempel sesongvariasjoner over dyrket mark. Om vinteren kan en naken eller snødekt åker som i liten grad endrer karakter over tid, gi høy koherens. Mens i vekstsesongen, når åkeren er dekket av vegetasjon som stadig er i bevegelse når vind blåser over den, er den dekorrelert.

### 2.5.6 Kritisk baselinje

Hvis vi ser nærmere på koherensens baselinjefaktor, er det tydelig at det finnes en grense for hvor store baselinjer som kan brukes uten at radarsignalet dekorrelerer fullstendig [Zebker og Villasenor, 1992]. Denne grensen er når baselinjefaktoren får verdien 0. Anvendes dette på likning (2.39), gir det følgende:



$$\gamma_{\text{Baselinje}} = 1 - \frac{cB_{\perp, \text{crit}}}{WR_0 \lambda \tan(\theta_{\text{inc}} - \alpha_{\text{Topo}})} = 0 \quad (2.42)$$

$$B_{\perp, \text{crit}} = \frac{WR_0 \lambda \tan(\theta_{\text{inc}} - \alpha_{\text{Topo}})}{c} \quad (2.43)$$

Dette viser at den kritiske baselinjen for en gitt satellittkonfigurasjon med fikserte verdier for radarens bølgelengde ( $\lambda$ ), satellithøyde (som distansen  $R_0$  mellom satellitten og objektet kan utledes fra), og global innfallsvinkel ( $\theta_{\text{inc}}$ ), er en funksjon av tangens til den lokale innfallsvinkelen. Den kritiske baselinjen til ERS-1/2 satellittkonfigurasjonen er omtrent 1,1 km.

Den virkelige forklaringen på hvorfor det finnes en kritisk baselinje er imidlertid at frekvensspektrene til de to SAR-bildene må overlappe med hverandre. Dette er nærmere forklart og demonstrert i kapittel 5 *Superoppløsning*.

Senere i denne oppgaven skal PSInSAR-teknikken beskrives nærmere, og denne teknikken inngår i oppgavens metode. Her er man ikke så avhengig av å holde seg innenfor den kritiske baselinjen, siden denne teknikken utnytter stabile punktmål. Dette er objekter som gir en god tilbakespredning av radarsignalet, og tilbakespredningen endrer seg lite både over tid og fra ulike vinkler.

## 2.6 Statistiske verktøy

I analysen av nedsynkningspunktene blir det brukt en del statistiske størrelser. Disse er vel etablerte og tydelig definerte. En kort oversikt gis likevel her, slik at det ikke hersker tvil om hvordan de er brukt i denne analysen. En mengde på  $n$  indekserte elementer kan beskrives ved de statistiske egenskapene som er definert her [Moore og McCabe (1989)].

Avstand fra $\bar{x}$	Andel elementer innefor denne avstanden (%)
$s_n$	68,26895
$2 s_n$	95,44997
$3 s_n$	99,73002
$4 s_n$	99,99366

Tabell 2.1 Andel av elementer i en mengde som ligger innenfor hele standardavviks avstand fra gjennomsnittet gitt en normal Gaussisk fordeling.

### 2.6.1 Standardavvik

Standardavviket beskriver i hvordan elementene i en mengde fordeler seg rundt gjennomsnittsverdien. Et stort standardavvik betyr at elementene i stor grad fordeler seg vekk fra gjennomsnittet, mens et lavt standardavvik betyr at elementene er samlet rundt gjennomsnittet. Tabell 2.1 beskriver nøyaktig hvor stor andel av elementene som ligger innenfor et eller flere

standardavviks avstand til begge sider fra gjennomsnittsverdien. Standardavviket for en mengde på  $n$  elementer uttrykkes som dette:

$$s_n \equiv \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (2.3)$$

### 2.6.2 Skjevhet

Skjevheten til en mengde måler hvor symmetrisk mengden fordeler seg rundt gjennomsnittsverdien [NYU, 2004]. En normalfordeling har eksempelvis skjevhet 0, siden den er symmetrisk om gjennomsnittet. En positiv skjevhet betyr at fordelingen har en mer dominerende hale mot høyre enn mot venstre. Tilsvarende gir en dominerende hale mot venstre en negativ skjevhetsverdi. Skjevheten uttrykkes som dette:

$$\gamma_1 \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s_n} \right)^3 \quad (2.4)$$

### 2.6.3 Spisshet

Spisshet (engelsk: kurtosis) måler i hvor stor grad fordelingen av en mengde elementer har en spiss eller toppunkt ved gjennomsnittsverdien [Weisstein, 2007]. En normalfordeling har  $\gamma_1 = 0$ . Dersom  $\gamma_1 > 0$  har fordelingen et tydelig og dominerende toppunkt ved gjennomsnittsverdien, mens for  $\gamma_1 < 0$  er toppunktet mindre tydelig, og flankene til fordelingen er mer dominerende. Skjevheten uttrykkes som dette:

$$\gamma_2 \equiv \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i - \bar{x}}{s_n} \right)^3 - 3 \quad (2.5)$$

### 2.6.4 Lineær regresjon

En punktmengde i planet kan tilnærmes en lineær funksjon ( $f(x) = a_1x + a_2$ ) ved å minimere summen av den vertikale avstanden fra hvert punkt og til en slik funksjon. En måte å gjøre dette på er å minimere summen av kvadratene til disse avstandene. Den tilnærmede funksjonen kalles da en regresjonslinje, og metoden heter minste kvadraters metode. Summen av kvadrater kan uttrykkes som dette:

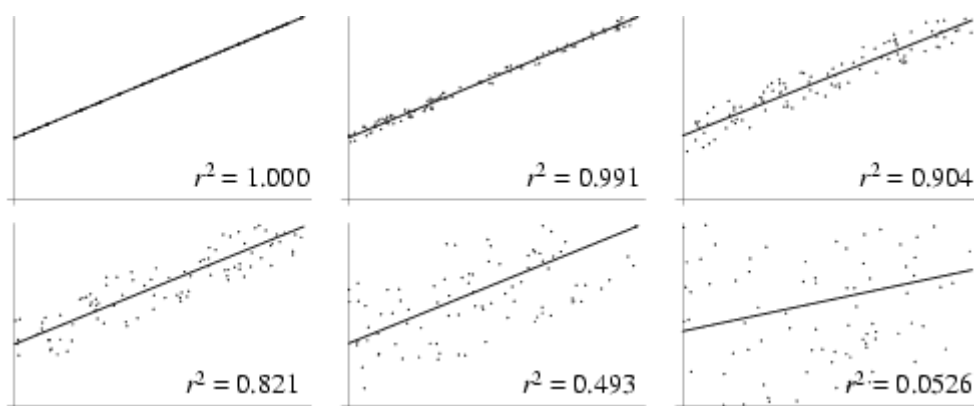
$$R^2(a_1, a_2) \equiv \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \quad (2.6)$$

Hvor  $y_i$  er verdien til element nummer  $i$  med argumentet  $x_i$ . Denne summen har sitt minimum ved:

$$\frac{\partial R^2}{\partial a_i} = 0 \quad (2.7)$$

Dette kan selvsagt utvides i flere dimensjoner, til eksempel for gjelde for tilnærmingen en punktmengde i rommet til et plan  $f(x, y) = a_1x + a_2y + a_3$ . I denne oppgaven utføres det en regresjon på nedsynkningen til punkter på jordoverflaten. Da er punktenes plassering argumentet, mens nedsynkningen er punktenes verdi.

## 2.6.5 Korrelasjon



Figur 2.10 Verdier for  $|r|$  nær 1 indikerer høy korrelasjon [Weisstein, 2007].

Korrelasjonen beskriver kvaliteten til regresjonen. Dette er et mål på hvor godt regresjonsfunksjonen tilnærmer den gitte punktmengden, og videre graden av linearitet i sammenhengen mellom elementenes argument og verdi. I denne oppgaven undersøkes det blant annet om det er noen lineær sammenheng mellom punkters plassering på jordoverflaten (i Oslo-området) og deres nedsynkning i perioden mellom år 1992 og 2000. Korrelasjonen uttrykkes som et tall på intervallet  $[-1, 1]$ , og betegnes med  $r$ . Verdier nær 1 og -1 betyr høy korrelasjon, dvs. sterk lineær sammenheng, og fortegnet bestemmer om den lineære sammenhengen er stigende eller synkende (se Figur 2.10). Verdier nær 0 indikerer lav korrelasjon.

## 2.7 Signalbehandling - Terminologi

### 2.7.1 Signal i tidsdomenet

Radaren sender ut radarpulser. Disse sveiper over bakken, og reflekteres fortløpende tilbake til radaren fra en akse i range retning [Elachi og van Zyl, 2006]. Dette registreres som et komplekst signal langs en endimensjonal akse. Benevningen langs denne aksens er tid ( $t$ ), men denne tiden henger direkte sammen med avstand ( $y$ ) i range retning, som igjen kan gjøres om til pikselindeks ( $n$ ) i range retning i et SAR-bilde.

$$s(t) \cong s(y) \cong s(n) \quad (2.44)$$

### 2.7.2 Signal i frekvensdomenet

Signalet  $s(t)$  kan defineres som en komposisjon av flere signaler, alle med hver sin spesiell frekvens. Ved å Fourier-transformere signalet, kan signalet analyseres med hensyn på frekvensene ( $\omega$ ), dvs. i frekvensdomenet. Fourier-transformasjonen er uttrykt som dette [McClelland et. al., 2003], [Gonzalez og Wintz, 1987]:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.45)$$

Som det vil framgå av kapittelet 5 *Superoppløsning*, kan signalet også manipuleres i frekvensdomenet. Videre kan det transformeres tilbake til tidsdomenet (eller ekvivalent: distansedomenet eller pikseldomenet). Dette er kalt for Invers Fouriers-transformasjon:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.46)$$

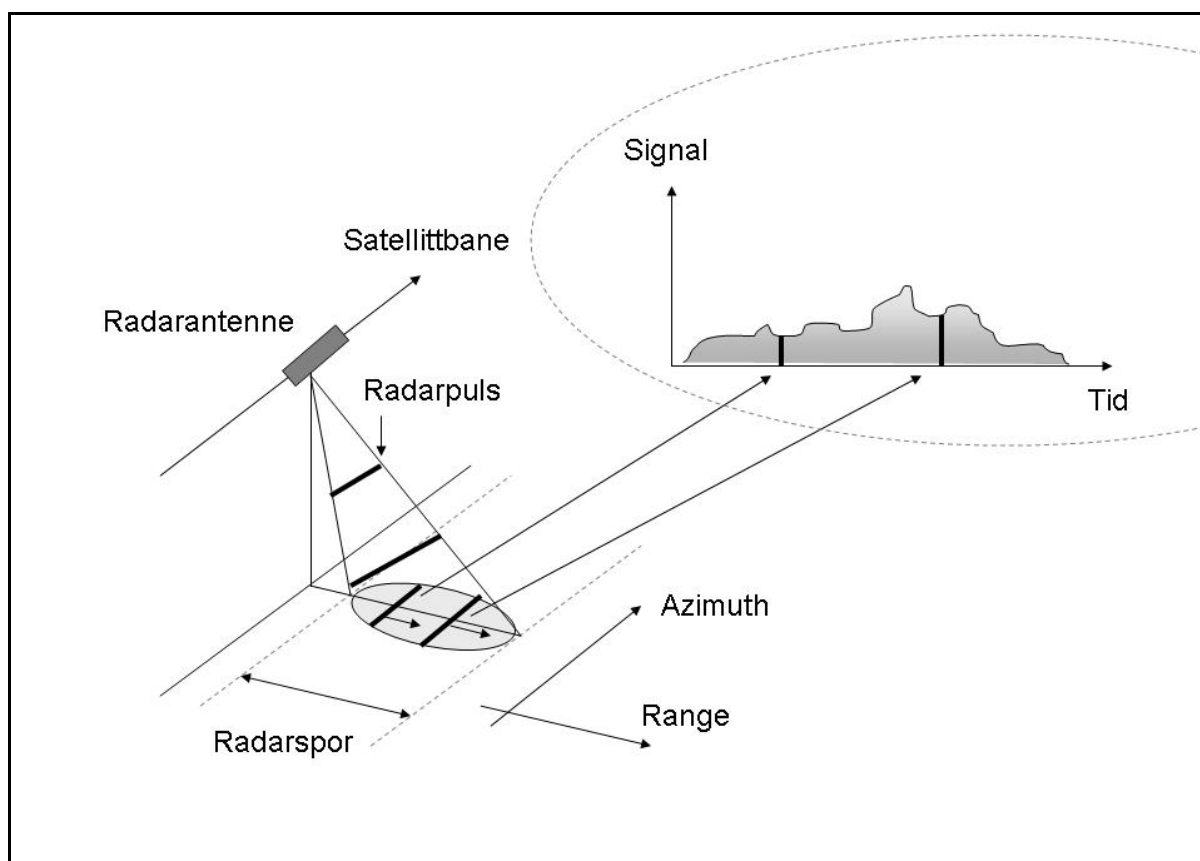
### 2.7.3 Magnitude og fase

$S(\omega)$  er i likhet med  $s(t)$  en funksjon av komplekse verdier. Magnituden og fassen til denne funksjonen er definert som følger [Haes, 1999]:

$$\text{Magnitude:} \quad |S(\omega)| = \sqrt{S(\omega)S^*(\omega)} \quad (2.47)$$

$$\text{Fase:} \quad \angle S(\omega) = \tan\left(\frac{\Im\{S(\omega)\}}{\Re\{S(\omega)\}}\right) \quad (2.48)$$

Her betyr (\*) kompleks konjugert.



Figur 2.11 Radarpulsene sveiper over bakken i range retning og danner et signal som en funksjon av tid

#### 2.7.4 Spekter og båndbredde

Et plot av magnituden  $|S(\omega)|$  viser hvilke frekvenser signalet er bygget opp av. Dette kalles for signalets spekter eller magnitudespekter. Spekteret er sentrert om sentralvinkelfrekvensen ( $\omega_0$ ), og det området hvor den tar verdier, kalles frekvensbåndet til funksjonen. Bredden av dette området kalles båndbredden ( $W$ ).

#### 2.7.5 Radarsignaler

Det finnes hovedsaklig to typer radarsensorer [Elachi og van Zyl, 2006]: kontinuerlig bølge og pulsølge. Et kontinuerlig bølgesignal er virkelig et kontinuerlig signal, som sendes ut med en fiksert frekvens  $f_0$ . Spekteret til dette signalet vil således kun bestå av en enkelt stolpe ved den aktuelle frekvensen. En pulsølge er derimot et signal som sendes ut i diskrete pulser separert i tid. Disse sendes ut på en bærefrekvens  $f_0$ , mens tidsintervallet mellom hver puls kalles pulsrepetisjonsfrekvens. Denne masteroppgaven omhandler pulsølgesignal.

### 2.8 Oppløsning i range retning

Som beskrevet i avsnittet 2.7.4 *Spekter og båndbredde*, er båndbredden til et signal, bredden til det spekteret av frekvenser som signalet inneholder. Men båndbredden kan også avledes fra pulslengden til signalet, og er dermed knyttet til radarbildet, eller SAR-bildet, sin oppløsning i

range retning. Her følger en utledning av range oppløsning og koplingen til båndbredde [Elachi og van Zyl, 2006] og [Wahl og Jørgensen, 1994].

La signalet  $s(t)$  være en enkel puls av lengde  $\tau$  og bærefrekvens  $f_0$ :

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t) \quad (2.49)$$

Hvor  $t$  er definert på intervallet  $\left[-\frac{\tau}{2}, \frac{\tau}{2}\right]$ ,  $A$  er en skaleringsfaktor, og  $\omega_0 = 2\pi f_0$ .

Magnitudespekteret til dette signalet, viser at det har vinkelfrekvenser i et bånd på intervallet:

$$\omega = \omega_0 \pm \frac{2\pi}{\tau} \quad (2.50)$$

Eller ekvivalent:

$$f = f_0 \pm \frac{1}{\tau} \quad (2.51)$$

Bredden til dette frekvensbåndet, såkalt null-til-null båndbredde, blir dermed:

$$W' = \frac{2}{\tau} \quad (2.52)$$

Generelt defineres båndbredden til et pulssignal slik:

$$W = \frac{1}{\tau} \quad (2.53)$$

Så korte pulser har stor båndbredde, mens lange pulser har liten båndbredde.

La oss nå se på radarens oppløsning i range retning. For at to objekter skal kunne skilles fra hverandre, må de ligge en viss avstand  $\Delta r_{sr}$  fra hverandre, målt langs siktelinjen (LOS), dvs. i slant range (sr). Radarsignalet tilbakelegger denne distansen, fram og tilbake, på tiden  $\Delta t = \frac{2\Delta r_{sr}}{c}$ . Hvis dette skal oppfattes som to forskjellige punktmål, må signalpulset være kortere enn  $\Delta t$ . Det gir følgende sammenheng:

$$\frac{1}{W} = \tau < \Delta t = \frac{2\Delta r_{sr}}{c} \quad (2.54)$$

For en radar med en gitt båndbredde, er den minste avstandsforskjellen mellom to separerbare punkter denne:

$$\Delta r_{sr} = \frac{c\tau}{2} = \frac{c}{2W} \quad (2.55)$$

Dette uttrykker slant range oppløsningen til radaren. Så kortere pulslengde, og dermed større båndbredde, gir bedre slant range oppløsning. Oppløsningen på bakken  $\Delta r_{gr}$  er lik bakkeprojeksjonen av oppløsningen  $\Delta r_{sr}$  langs siktelinjen:

$$\Delta r_{gr} = \frac{c\tau}{2\sin(\theta_{inc})} = \frac{c}{2W\sin(\theta_{inc})} = \frac{c}{2W\sin(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} \quad (2.56)$$

## 2.9 Bølgenummer og spektralskift

Gitt et signal  $s(t)$  som er registrert av en radar. Dette signalet har et spekter som representerer et bånd av spekteret til bakkerefleksiviteten<sup>4</sup>. To signaler  $s_1(t)$  og  $s_2(t)$  som er tatt fra samme område på bakken, men fra ulike opptaksposisjoner, registrerer ulike bånd av bakkerefleksiviteten [Prati og Rocca, 1993]. Deres frekvensbånd vil være skiftet i forhold til hverandre. Dette skal nå demonstreres ved å ta utgangspunkt i signalenes bølgenummer og frekvens.

Bølgenummer ( $k$ ) til et signal er et uttrykk for hvor mange bølger signalet gjør per distanseenhet, og er knyttet til frekvensen ( $f_0$ ) ved følgende uttrykk:

$$k_{gr} = \frac{4\pi}{\lambda} \sin(\theta_{look} - \alpha_{Topo}) = \frac{4\pi f_0}{c} \sin(\theta_{look} - \alpha_{Topo}) \quad (2.57)$$

Dette uttrykket er projisert ned på bakken, og fremstiller bølgenummer langs bakken ( $k_{gr}$ ). Her er  $\lambda$  bølgelengden til radarsignalet, og  $\alpha$  representerer som vanlig topografien.

Dersom kikkevinkelen endres med et lite bidrag  $\Delta\theta$ , vil det medføre en liten endring av bølgenummer. Dette fremkommer ved derivasjon:

$$\Delta k_{gr} = \frac{4\pi f_0 \Delta\theta}{c} \cos(\theta_{look} - \alpha_{Topo}) \quad (2.58)$$

Videre er det ønskelig å knytte en endring i bølgenummer til et spektrum skift  $\Delta f$ . Dette kan gjøres ved å derivere likning (2.57) med hensyn på frekvensen. Deretter kan denne deriverte kombineres med likning (2.58) for å uttrykke  $\Delta f$ :

$$\Delta f = \frac{f_0 \Delta\theta}{\tan(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} = \frac{c B_{\perp}}{R_0 \lambda \tan(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} \quad (2.59)$$

<sup>4</sup> Refleksivitet til bakken er måten bakken reflekterer et signal på, f.eks. et innkommende radarsignal. Det innkommende signalet reflekteres som et nytt signal som avhenger av bakkens egenskaper. Dette svarer til det som i signalbehandlingen kalles for impulsrespons, som er beskrevet i [McClelland et. al., 2003].

Denne likningen viser at dersom to radaropptak gjøres fra to ulike punkt med en baselinje ( $B_{\perp}$ ), det vil si med ulik kikkevinkel (med kikkevinkeldifferanse  $\Delta\theta$ ), så vil de ta opp ulike deler av bakkerefleksivitetens spekter. Deres spektre vil være forskjøvet i forhold til hverandre med et frekvensskift  $\Delta f$ .

## 2.10 Superoppløsning – Forbedring av oppløsning i range

Avsnitt 2.8 *Oppløsning i range retning* viser hvordan oppløsningen til et SAR-bilde, avhenger av båndbredden til radarsignalet (se likning (2.56)). Oppløsningen øker med økt båndbredde. Det er imidlertid begrenset hvor stor båndbredde man kan oppnå med en radar, pga. styrkebegrensninger i avsenderen [Prati og Rocca, 1993]. For eksempel opererer ERS 1 og 2 med en båndbredde på 15,45 MHz, og produserer SAR-bilder med en bakkeoppløsning på rundt 25 meter.

Det er likevel mulig å oppnå et SAR-bilde med bedre oppløsning enn dette, ved å kombinere to bilder. Som beskrevet i avsnittet over, vil to bilder tatt fra ulike posisjoner, dekke to frekvensbånd som er skiftet i forhold til hverandre. Dersom disse to frekvensbåndene fra de to bildene kombineres, resulterer det i et bredere frekvensbånd. Gitt en båndbredde  $W$  for de to inngangsbildene, og en baselinje  $B_{\perp}$  mellom deres opptakspunkter, vil deres frekvensspektra være skiftet i forhold til hverandre med et frekvensskift  $\Delta f$  som beskrevet av likning (2.59). Kombinering av disse to bildene vil følgelig resultere i et nytt bilde med en båndbredde lik ( $W + \Delta f$ ), og videre en bakkeoppløsning uttrykt som dette:

$$\Delta r_{gr} = \frac{c}{2(W + \Delta f) \sin(\theta_{look} - \alpha_{topo})} \quad (2.60)$$

ERS-satellittene har en båndbredde på 15.5 MHz og en kikkevinkel på omtrent 20°. Dette gir ifølge likning (2.56) en bakkeoppløsning på 28.3 m. To SAR-opptak med en baselinje på 100 m har ifølge likning (2.59) et relativt frekvensskift på 1.75 MHz. Når disse opptakene kombineres, dannes det et nytt bilde med en tilleggsbåndbredde som tilsvarer dette skiftet. Bakkeoppløsningen i range retning til dette bildet er da ifølge likning (2.60) lik 25.3 m. Denne teknikken gir det vi vil kalle for superoppløsning (superresolution).

## 2.11 Kritisk baselinje

I avsnittet over er det tydelig at desto større det relative frekvensskiftet mellom spektrene til de to input bildene er, jo større båndbredde vil det nye bildet ha, og oppløsningen øker tilsvarende.

På den annen side synker koherensen ettersom det overlappende området blir smalere. Dersom det relative frekvensskiftet er større enn båndbredden til inputsignalene, er de to frekvensbåndene disjunkte, og signalene er totalt dekorrelert. Det relative frekvensskiftet øker med den normale baselinjen, som dermed begrenses av kravet om overlappende spektra. Denne grensen kalles for den kritiske baselinjen, og vil nå bli utledet ved å ta utgangspunkt i det relative frekvensskiftet. La oss gå tilbake til likning (2.59) [Prati og Rocca, 1993]:



$$\Delta f = \frac{f_0 \Delta \theta}{\tan(\theta_{inc})} \quad (2.61)$$

Denne må være mindre enn båndbredden ( $W$ ) til inputsignalene, for å unngå total dekorrelasjon. I tillegg substituerer vi for  $f_0 \Delta \theta$ , i henhold til likning (2.59). Det kan uttrykkes som dette:

$$W > \Delta f = \frac{f_0 \Delta \theta}{\tan(\theta_{inc})} = \frac{c B_{\perp}}{R_0 \lambda \tan(\theta_{inc})} \quad (2.62)$$

Omregning med hensyn på  $B_{\perp}$  gir dette:

$$B_{\perp} < \frac{WR_0 \lambda \tan(\theta_{inc})}{c} \quad (2.63)$$

Den største mulige verdien for  $B_{\perp}$  er den kritiske baselinjen. Dette stemmer overens med det som fremkom da vi tok utgangspunkt i koherensfaktoren (se likning 2.43 avsnitt 2.5.6 *Kritisk baselinje*) [Gatelli et. al., 1994]:

$$B_{\perp, crit} = \frac{WR_0 \lambda \tan(\theta_{look} - \alpha)}{c} \quad (2.64)$$

$\alpha$  er lagt til for å ta hensyn til den lokale innfallsvinkelen (topografi).

## 3 Datasett og testområde

### 3.1 SAR satellittbilder

ERS-1 (European Remote Sensing satellitt) ble skutt opp i 1991, som det av ESA sine satellittprosjekter for å observere jordoverflaten. Nyttelasten i denne satellitten inkluderer en bildedannende SAR. I 1995 ble ERS-2 skutt opp med en noe mer utvidet nyttelast enn sin forgjenger. Like etter denne oppskytingen ble ERS-2 sin bane justert slik at den fløy etter ERS-1 med 24 timers avstand. Dette kalles en tandemoperasjon, og gjør det mulig å ta opptak over de samme områdene med bare én dags intervall. Denne konstellasjonen varte i en periode på ni måneder, og over 110.000 SAR tandempar ble tatt opp [Duchossois et. al., 1996].

ERS-1-operasjonen tok slutt i mars 2000 etter en computerfeil og en feil i gyrokontrollsystemet. Da hadde den imidlertid vært aktiv langt over den forventede levetiden. I skrivende stund er ERS-2 fortsatt i live, og forventes å holde det gående i flere år til [ESA, 2006].

Både ERS-1 og ERS-2 ble skutt opp fra Kourou, Fransk Guinea, med bæreraketten Adriane 4. Deres totale masse var på henholdsvis 2384 kg og 2516 kg. Begge opererer i solsynkrone baner med en høyde på 780 km og en inklinaison på 98,5°. Deres omløpstid er omtrent 100 minutter, og repetisjonssyklusen er på 35 dager (sykluser på 3 eller 176 dager er også mulig).

Rådatagrunnlaget består av SAR satellittbilder tatt med ERS-1 og ERS-2. Ruten som beskrives med track 2394 og frame 337 i nedadgående satellittbane, dekker testområdet som er beskrevet ovenfor. Jeg har hatt tilgang på til sammen 40 opptak, som er gjort i årene fra 1992 til 2000, hvorav 20 er tatt med ERS-1 og 21 er tatt med ERS-2. Disse fordeler seg over 26 sommerscener, og 15 vinterscener. Videre inkluderer dette datasettet 5 tandempar, dvs. par av opptak som er tatt opp med bare ett døgn mellomrom (temporal baselinje). Disse skriver seg fra en periode på ni måneder i 1995-96, like etter at ERS-2 ble sendt opp. Da ble det bestemt at de to satellittene skulle fly i baner som gjorde tandemopptak mulig [Duchossois et. al., 1996].

Rådataene er SAR-prosessert av meg selv med Earth View 3.2 – APP-modulen ved FFI.

### 3.2 Nøyaktige satellittbaner

Banedataene som ligger i selve satellittdataene er ikke nøyaktige. Den kan inneholde feil av størrelsesorden 1 m. I interferometriske prosesser ønsker man å bruke banedata som har en nøyaktighet på noen centimeter. Ved Det Tekniske Universitetet i Delft, Nederland, etterprosesserer de høypresisjons banedata med denne nøyaktigheten [Scharroo and Visser (1998)]. Deres ERS-1 og ERS-2 satellittbanedata ble brukt for å forbedre presisjonen i prosesseringene i denne oppgaven [TU Delft, 2006].

### 3.3 Ekstern DEM

Terrengmodellen som er brukt i denne oppgaven er levert av Statens Kartverk, og er et 25 x 25 meter grid, basert på en TIN-modell. Høydeinformasjonen som ligger til grunn for terrengmodellen er basert på høydekurver, høydepunkt, kystkontur inklusive øyer, og innsjøkontur fra N50 Kartdata, og vegdatabasen VBASE.

Nøyaktigheten til modellen beskrives av et standardavvik for høydeverdiene på 4-6 meter.

### 3.4 Testområde

Testområdet for dette arbeidet ligger sørøst i Norge, og dekker hovedstaden Oslo og områdene rundt. Dette inkluderer alt fra tett urban bebyggelse, til landlige områder med både åkerlandskap, skog, og fjell.



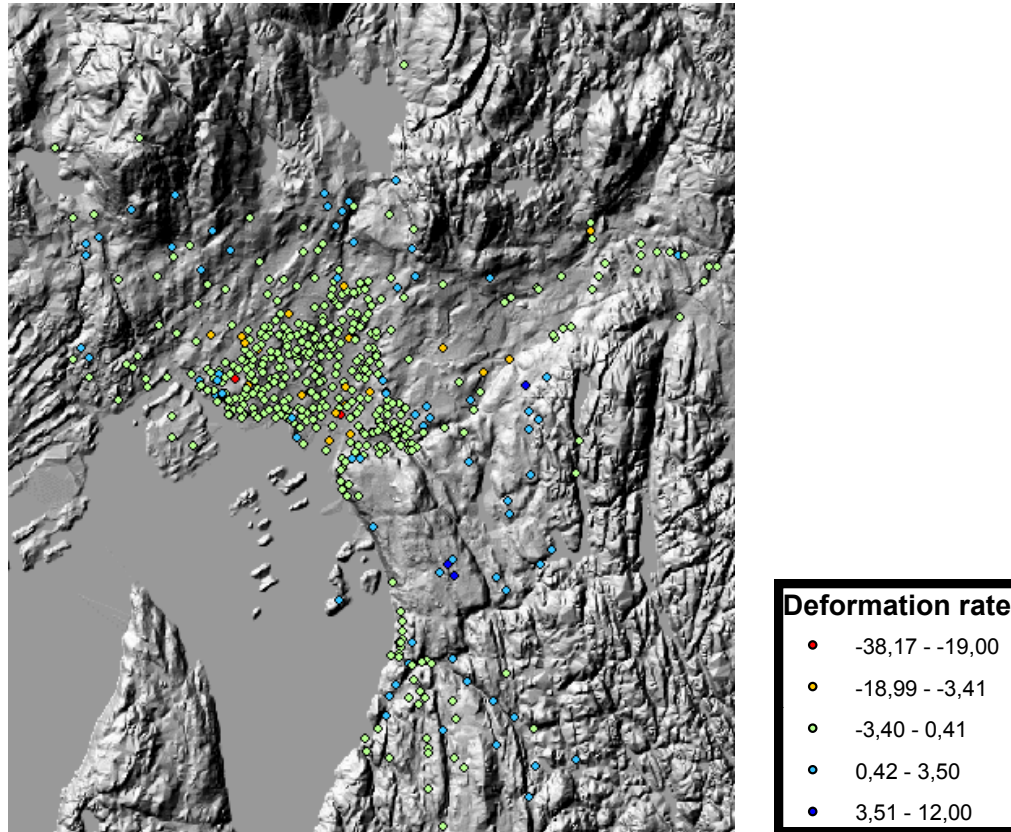
*Figur 3.1 Testområde. Oslofjorden, Oslo og omegn.*

I Oslo sentrum finnes mange regulære formasjoner med skarpe hjørner og glatte overflater. Dette gjelder særlig høyhus og andre bygninger i sentrum. Ikke minst gjelder det også de store lagerhallene og andre bygninger i forbindelse med havna, som ligger i åpne områder dekket av asfalt og sement. Lenger ut fra bykjernen går bebyggelsen over til å bli mer forstadspreget, og glir etter hvert over i nye tettsteder, slik som Bærum i vest og Lillestrøm i øst. Rundt Lillestrøm finnes det også en del åkerlandskap, og nord for dette tettstedet ligger Gardermoen Oslo flyplass. For øvrig inneholder dette testområdet også en del skog og fjell. Spesielt er dette tilfellet nord for Oslo sentrum hvor Nordmarka ligger. Oslofjorden dekker også en del av testområdet, og bidrar til å gi dataene havoverflate. Topografien ligger for det meste mellom 0 og 200 meter over havet.

På grunn av testområdets geografiske plassering er det preget av noe sesongvariasjon. Det er vanligvis snødekket i hele eller deler av vintermånedene, særlig i de høyreliggende områdene.

### 3.5 Bakkemålinger for kontroll

Oslo kommune har gjort høydemålinger i 504 punkter fordelt utover hele kommunens areal. Hovedtyngden av målepunkter er i de tettbebygde og bymessige områdene (se Figur 3.2). I analysene i denne rapporten er de to punktene nord for Sognsvann utelatt, siden disse ligger utenfor området for PS-prosesseringen.



Figur 3.2 Skyggelagt høydekart hvor plasseringen til Oslo kommunes bakkemålingspunkter for nedsynkning er vist. Høyre: Legende (nedsynkning i mm per år).

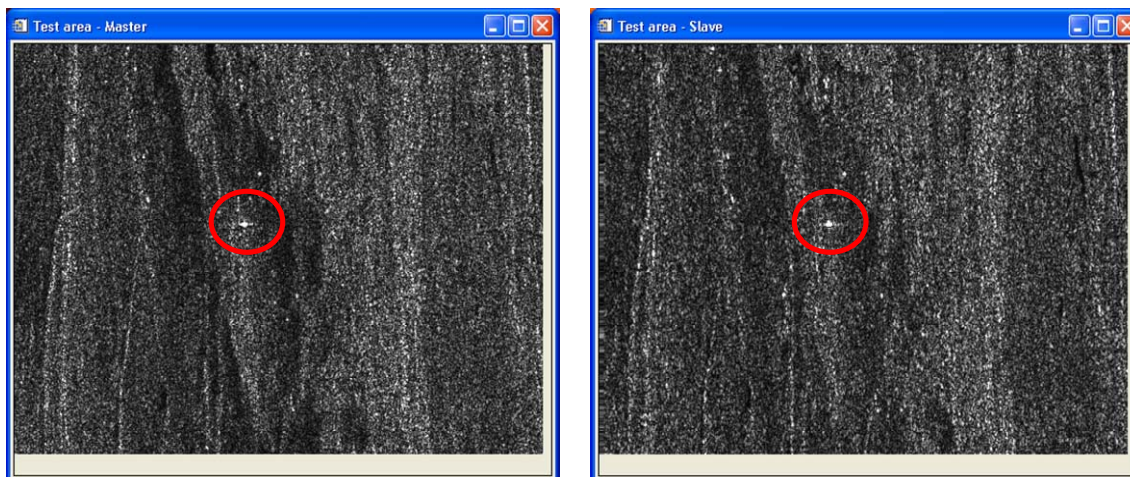
### 3.6 Datagrunnlag for superoppløsning

#### 3.6.1 SAR-data

Tabell 3.1 viser en oversikt over SAR-dataene som inngår i dette forsøket. Det inkluderer ett masterbilde og syv slavebildet, med ulik baselinje til masterbildet. Bildeutsnittet er hentet fra Hakadal i Nittedal kommune, Akershus. Utsnittet inneholder et punkt med spesielt sterk tilbakespredning av radarsignalet (se Figur 4.9). Dette punktet befinner seg i et boligområde nord for Hakadals verk, og har egenskaper som ligger tett opp mot egenskapene til et teoretisk punktmål.

Selve inngangsignalene til superoppløsningsprosedyren utgjøres av en pikselrad i hvert av master- og slavebildet. Pikselraden går gjennom punktmålet, og bildenes oppløsning før og etter forsøket

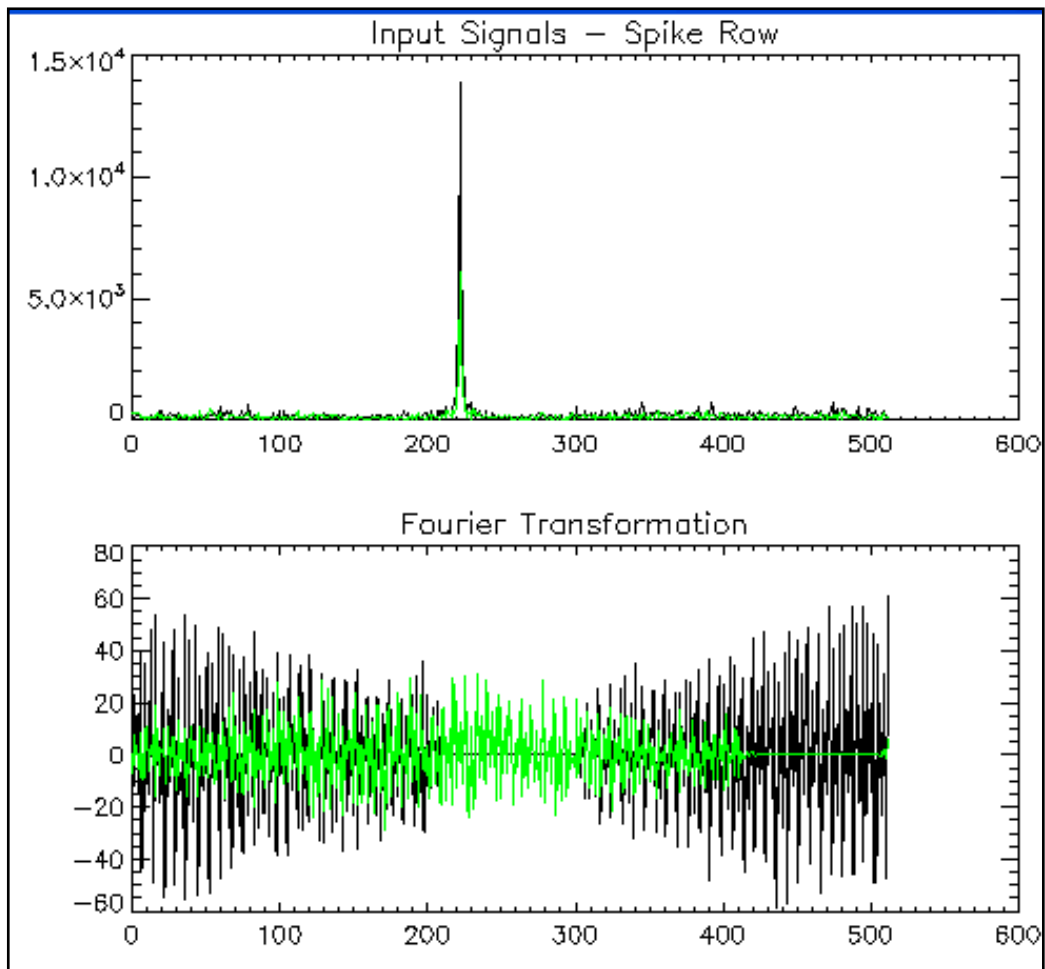
bestemmes av bredden til dette målet. Figur 3.4 viser en grafisk gjengivelse av inngangssignalet, hvor punktmålet står tydelig fram som en topp. På denne figuren er også frekvensspekteret til både master og slavesignalet gjengitt.



Figur 3.3 Testområde med punktmål. Master (venstre) og slave (høyre).

Nr	Dato	Satellitt	Baselinje (m)
0	12.07.95	ERS-1	-
1	13.07.95	ERS-2	40
2	01.08.98	ERS-2	128
3	03.05.95	ERS-1	239
4	22.05.96	ERS-1	449
5	16.08.95	ERS-1	600
6	21.08.97	ERS-2	720
7	25.10.95	ERS-1	970

Tabell 3.1 SAR-data benyttet i forsøket. Opptak nr. 0 er masterscenen.



Figur 3.4 Over: Inngangssignal, pikselrad fra inngangsbildene som inneholder et punktmål.  
Nede: Frekvensspektrene til inngangssignalene. Master (sort) og slave (grønn).

### 3.6.2 Parametere

Parameter	Symbol	Verdi	Beskrivelse
Sentralfrekvens	$f_0$	5,3 GHz	Frekvensnivået som radaren opererer rundt.
Samplingsfrekvens	$f_s$	18,962468 MHz	Definisjonsmengden for frekvenser i inngangssignalene, dvs. lengden til frekvensaksen.
Chirp-lende	$t_{cp}$	37,12 $\mu$ s	Lengden til hvert utsendte puls, målt i tid.
Chirp-stigning	$c_p$	$2,08894 \cdot 10^{11}$ Hz/s	Den tidsderiverte til en FM-chirp.
Signallengde	$n_r$	512	Piksler i bildets range retning. Dette tilsvarer også FFT-lengden, og enhetene på x-aksen både når signalet og spekteret fremstilles grafisk.
Bølgelengde	$\lambda$	5,666 cm	Bølgelenden til radaren som opererer på C-båndet.
Upsamlingsfaktor	-	4	Inngangssignalene upsamples med en faktor fire for å unngå aliasing når spektrene skal kombineres, og for å registrere forbedringen av oppløsningen.
Kikkevinkel	$\theta_{look}$	20,793730°	Masteropptakets kikkevinkel til nærmeste piksel i range retning i bildeutsnittet fra Hakadal.
Slant range	$R_0$	856,621 km	Masteropptakets avstand langs siktelinjen fra radarantenne til nærmeste piksel i range retning i bildeutsnittet fra Hakadal.

Tabell 3.2 Parametrene som inngår i prosedyren for superoppløsning.

## 4 Nedsynkningsanalyse

### 4.1 Stabile punktmål

Som beskrevet i kapittel 2 *Teori bak SAR-bilder og interferometri*, er SAR interferometri (InSAR) et godt verktøy for å kartlegge både deformasjon av jordoverflaten og topografi. Sammenliknet med mer tradisjonelle metoder er InSAR både tidsbesparende, det krever lite feltarbeid. I tillegg er kostnadene lave, i alle fall når satellitten først er oppe i luften. Men denne metoden har likevel sine begrensninger, spesielt når det gjelder temporal dekorrelasjon og inhomogeniteter i atmosfæren. Generelt sett er InSAR avhengig av interferogram med gode fringemønstre, og dette er begrenset av enhver dekorrelerende effekt [Zebker og Villasenor, 1992].

Temporal dekorrelasjon er til hinder for InSAR-målinger i vegeterte områder, og alle områder hvor bakkens tilbakespredningsegenskaper endres vesentlig mellom opptakstidspunktene [Colesanti et. al., 2005]. Videre begrenser den kritiske baselinjen (geometrisk dekorrelasjon) antall par av SAR-bilder som er egnet til å danne interferogrammer. Inhomogeniteter i atmosfæren bidrar med et ledd til den interferometriske fasen som ikke kan estimeres fra bare ett interferogram, og følgelig ikke kan isoleres fra den totale likningen når topografi eller overflatedeformasjon skal kartlegges.

For å møte disse utfordringene, og for å dekke manglene i InSAR-metoden, er det utviklet en ny teknikk. Denne teknikken utnytter den mulige tilstedeværelsen av stabile punktmål i ellers dekorrelerte områder, det vil si punkter som forblir koherente over tid. Disse punktene kalles permanent scattereres, og kjennetegnes av deres meget stabile tilbakespredning av radarsignalet [Ferretti et. al., 1999 (A)]. Eksempler på mulige PS-punkter er nakent fjell, hjørnereflektorer, og andre objekter som har en sterk og fokusert tilbakespredning, ikke skifter posisjon, og som ikke påvirkes av vind, temperatur- og fuktighetsvariasjoner og så videre. Denne teknikken kalles for PSInSAR eller Coherent Target Monitoring (CTM) [Ferretti et. al., 1999 (A)], [Ferretti et. al., 2000].

Ved å utnytte en mengde PS-punkter i et område, er det både mulig å kartlegge deformasjon og å lage nøyaktige høydemodeller (DEM), selv om det ikke framkommer noe tydelig mønster av fringer på noen av interferogrammene som brukes. Interferogrammene dannes ved å kombinere hvert og ett av slavebildene opp mot en enkelt master. Dette står i motsetning til Small-Baseline metoden, hvor det ikke benyttes noe masterbilde. Der kombineres isteden alle inngangsbildene i par, basert på baselinjen mellom dem [Lauknes, 2004]. I PSInSAR-teknikken stables interferogrammene oppå hverandre, slik at hvert enkelt piksel kan undersøkes gjennom hele bunken. Dersom koherensen til et punkt bevares gjennom hele stabelen, er dette en permanent tilbakespreder, og interferogrammene beskriver utviklingen til fasemålingen i dette punktet.



Dersom de stabile punktmålene er mindre enn SAR-bildenes oppløsning, er det mulig å kombinere opptak med baselinje som er større enn den kritiske, for å lage interferogrammer og inkludere dem i prosessen. På den måten kan man utnytte en større andel av de tilgjengelige SAR-opptakene, enn det er med tradisjonell InSAR.

## 4.2 Utvalg av empirisk grunnlag

### 4.2.1 Utvalgsriterier

I litteraturen ser man ofte at det foreslått å bruke 20 eller flere SAR-scener når man skal utføre PSInSAR. Noen steder blir det antydnet at man må bruke opptil 40 scener. Dette er også anbefalt i dokumentasjonen til programmet som skal implementere denne teknikken i denne oppgaven. For ERS-satellittene som har en repetisjonssyklus på 35 dager, betyr dette at man må samle data i over 4 år før analysen kan begynne. Det samme gjelder for ENVISAT som også har denne syklusen. Mange scener vil kunne gi et godt resultat, men i praktiske anvendelser møter man kanskje følgende utfordringer:

1. Det eksisterer ikke et slikt antall scener i det historiske arkivet over SAR-data fra en gitt satellitt og opptaksmodus.
2. I et nytt prosjekt ønsker man kanskje å få antydnet nedsynkninger i løpet av en kortere opptakshorisont, for eksempel i løpet av 1 – 2 år.

Motivasjonen for å redusere mengden input data, er altså dette tidskravet og at satellittdata ikke er en utømmelig kilde. I mange tilfeller er satellittene en knapp ressurs som må prioriteres mellom ulike formål. Det er derfor interessant å vite hvor få scener som trengs for å utføre PSInSAR, og det må samtidig tas hensyn til at et lite sett med scener kan inkludere scener med uønskede egenskaper. Med dette menes egenskaper som reduserer koherensen. Med denne bakgrunnen kan man argumentere for at utvalgene i denne oppgaven burde blitt gjort tilfeldig, nettopp for å representere aktuelle tilfeller.

Det har imidlertid blitt lagt noen føringer på utvalgene, for til en viss grad å ta hensyn til opprettholdelse av koherensen. Dermed representerer dette forsøket de tilfellene hvor man må ta til takke med et lavt antall scener, men likevel kan stille visse krav til utvalget.

For det første legges det vekt på å velge scener fra omtrent samme deler av året for å unngå sesongvariasjoner på jordoverflaten. Siden sensommeren er godt representert blant de tilgjengelige dataene, er dette valgt som den sentrale perioden. Opptak som er gjort på datoer tidlig på våren og sent på høsten, prioriteres derfor vekk når utvalgene skal reduseres.

Videre skal effekten av temporal dekorrelasjon minimeres ved å gjøre utvalg av opptak som er gjort så nært som mulig i tid. Det er imidlertid også tatt med et utvalg hvor opptakene er spredd utover hele perioden mellom 1992 og 2000 for å se hvilke utslag dette vil ha for resultatene;

kjøring 5 og 6 har begge et utvalg på 12 SAR scener, men mens opptakene i kjøring 5 er samlet i tid slik som for de andre kjøringene, fordeler opptakene i kjøring 6 seg over hele perioden.

Tabell 4.1 viser utvalg av input data for syv kjøring som er satt opp for å belyse hvordan resultatene av PSInSAR-teknikken utvikler seg når mengden input data reduseres. Først brukes et maksimum på 28 av alle de tilgjengelige 40 SAR scenen, som input. Deretter reduseres antallet til 22, 19, 15, 12, og til slutt 9 scener. Utvalgene ble gjort ved stadig å ta bort scener fra den foregående kjøringen.

#### 4.2.2 Vinterscener

Om vinteren kan lav temperatur og nedbør forårsake endringer av jordoverflatens beskaffenhet. Dessuten vil et snølag kunne tolkes som en hevning av bakken, eller det kan dekke over stabile reflektorer. For å legge til rette for høy koherens mellom input SAR scenen, ble derfor alle vinterscenene ekskludert fra alle utvalgene. Dette gjelder 8 av de i alt 40 tilgjengelige scenen.

#### 4.2.3 Masterscene

I PSInSAR-prosessen som er beskrevet i de neste avsnittene, registreres alle SAR scenen opp mot en masterscene for å danne interferogram som senere brukes til å lokalisere og analysere stabile tilbakespredere. Masterscenen velges ut blant inputscenene, og bør velges slik at koherensen til alle slavescenene blir best mulig [Houle et. al., 2007]. Det betyr at den bør ligge midt i tidsintervallet som opptakene spenner over, for å minimere den temporale dekkorrelasjonen.

Scenen fra 20. september 1996 er valgt som master (se Tabell 4.1). Denne scenen ligger omtrent midt i tidsintervallet for opptakene, som strekker seg fra 1992 til 2000. Etersom sceneutvalget reduseres, og mange av opptakene mellom 1996 og 2000 faller fra, ligger ikke dette masteropptaket lenger midt i tidsintervallet for de inkluderte scenene. Likevel er dette opptaket foretrukket som master for å gjøre premissene for kjøringene så like som mulig og dermed gjøre den mest mulig sammenliknbare. Denne scenen har også relativt lav baselinje til de andre opptakene.

Kjøringer:	Run - 1	Run - 2	Run - 3	Run - 4	Run - 5	Run - 6	Run - 7
<b>Scener (dato, ååmmdd)</b>							
921012							
920525							
920803							
920907							
930125							
930405							
930510							
930614							
930719							
930823							
930927							
950503							
950712							
950713							
950816							
950817							
950920							
950921							
951025							
951026							
960103							
960104							
960207							
960801							
960905							
970123							
970227							
970821							
980423							
980528							
980702							
980806							
980910							
990513							
990617							
990826							
990930							
000113							
000217							
000323							
<b>Inkluderte scener</b>	28	22	19	15	12	12	9
<b>Forkastet under kjøring</b>	4	2	0	0	0	0	0
<b>Ikke inkl. scener</b>	0	8	13	17	20	20	23
<b>Vinterscener, ikke inkl.</b>	8	8	8	8	8	8	8
<b>Totalt</b>	40	40	40	40	40	40	40
<b>Master scene</b>							
<b>SLC prosessert ved FFI</b>							

Tabell 4.1 Utvalg av scener ved de forskjellige PSInSAR-prosesseringene.

### 4.3 PSInSAR prosessering

Earth View CTM-modulen implementerer PSInSAR-metoden. Programmet detekterer stabile reflektorer og beregner den vertikale bevegelsen i disse punktene. Avsnittene nedenfor beskriver de stegene som denne prosessen består av.

Før PSInSAR-prosessen ble satt i gang, ble alle rådataene SAR-prosessert den tilhørende SAR-prosesseringsmodulen fra Earth View.

#### 4.3.1 InSAR analyse – Generering av interferogram

Først opprettes et Run for hver av slavescenene. Her legges de nøyaktige satellittbanene inn, samt den eksterne terrengmodellen. Denne modellen trenger ikke å være spesielt nøyaktig, men skal gi initialverdier for videre høydeberegninger i prosessen [Houle et. al., 2007].

For hvert Run må det også settes noen parametere, hvis funksjon i all hovedsak dreier seg om å analysere tilbakespredningen punktene i SAR-bildet. Dette er avgjørende for om punktene tas med videre i prosessen med å danne interferogram. I utgangspunktet er satt slik at de skal virke på de fleste datasett. Den kanskje viktigste av disse parametrene er den som heter ”Tiepoint refinement – minimum correlation”, som settes til 0.05 [Houle et. al., 2007]. Rundt hvert punkt i SAR-bildet, opprettes et vindu på 16 x 16 piksler som flyttes 8 piksler til høyre, så til venstre, opp og ned. For hvert piksel vinduet flyttes, beregnes koherens mellom slaven og masterbildet, og dersom den overstiger den grenseverdien som er gitt av brukeren, bevares punktet.

Deretter velges et område som skal analyseres (Region Of Interest - ROI). ROI velges interaktivt eller ved å angi koordinater (piksler) for et område. Dersom ingenting velges, blir snittet mellom slavene sendt til analysen. I denne oppgaven velges området rundt Oslo (se Figur 3.1). Masterscenen samregistreres med den eksterne terrengmodellen. Her gjøres det ingen innstillinger fra brukerens side.

Til sist genereres det et interferogram mellom masterscenen og hver av slavescenene. Dersom noen av disse viser tydelige flat jord fringer, må disse korrigeres ved å justere baselinjen mellom masterscenen og slaven. Fringene må oppdages manuelt, og det samme gjelder justeringen av baselinjen.

#### 4.3.2 PSInSAR-prosessering

Etter at interferogrammene er opprettet, sendes disse videre inn i selve PSInSAR-prosessen. Her beregnes den totale koherensen til hvert punkt over alle interferogrammene, samt nedsynkningen. Når prosessen er ferdig kan brukeren bestemme hvilke punkter som skal vises ved å angi en grenseverdi for koherensen. Punktene med en høyere koherens enn denne grenseverdien, blir vist fram på skjermen.

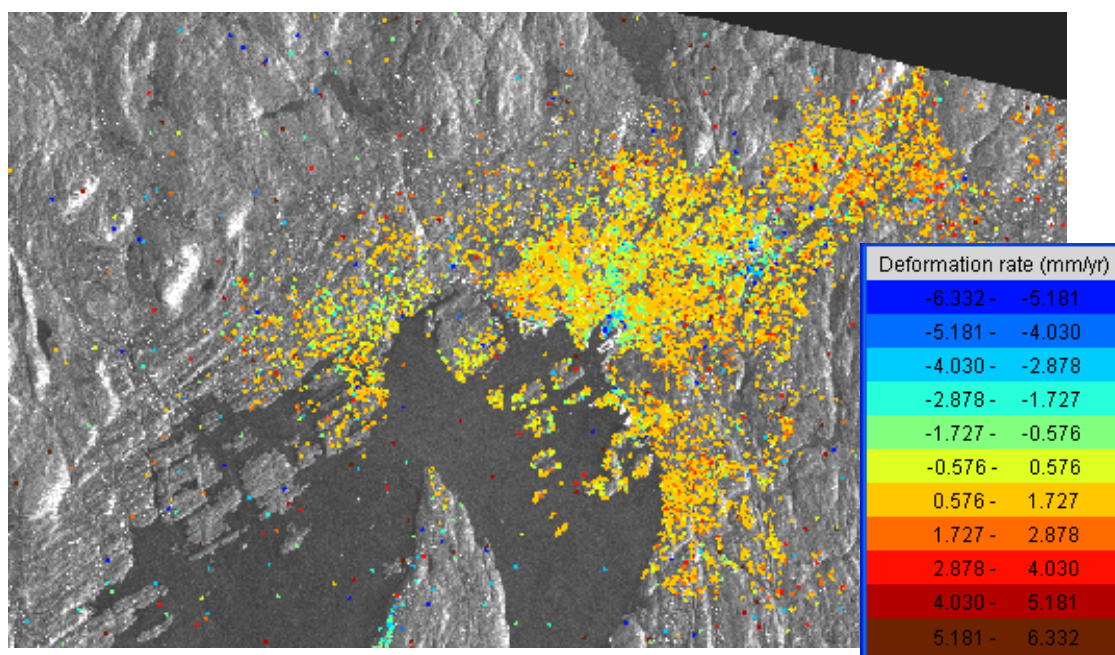
Programmet utfører også en korrigering i forhold til atmosfæriske forstyrrelser på radarsignalet. Denne korreksjonen baseres på et treningsområde om angis interaktivt. Dette området må ha de

egenskapene at det har høy tilbakespredning, dvs. et sterkt signal, samtidig som det ikke må ha noen deformasjon i opptaksperioden. Den første av disse egenskapene kan man se visuelt ved utvelgelsen. Da vises masterbildet fram på skjermen. Den andre egenskapen må baseres på a priori kunnskap. I dette tilfellet ble resultatene til NGU/TRE benyttet til dette. Dette er de resultatene som er brukt til sammenlikningen i avsnitt 4.12.

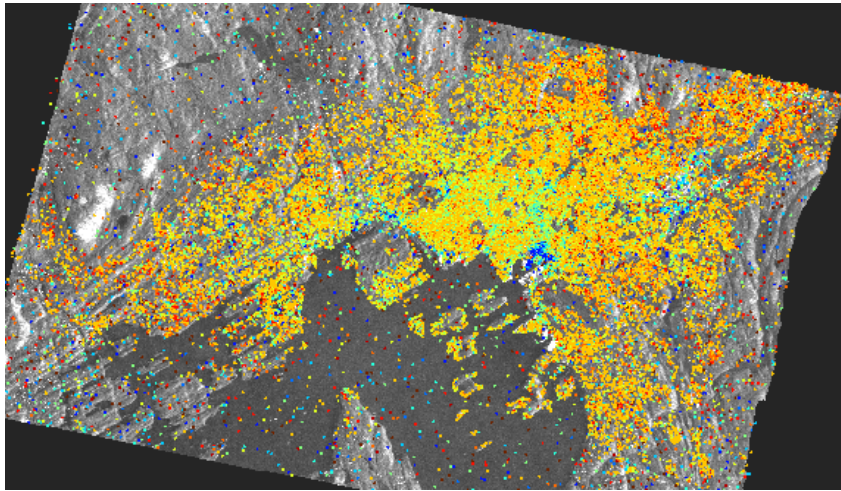
En begrensning ved programmet er imidlertid antall punkter som kan vises fram. Dersom koherensnivået settes for lavt, kommer for mange punkter med i utvalget for fremvisning, og det med fører at fremviseren bryter sammen.

#### 4.4 Stabile tilbakespredere i Oslo-området

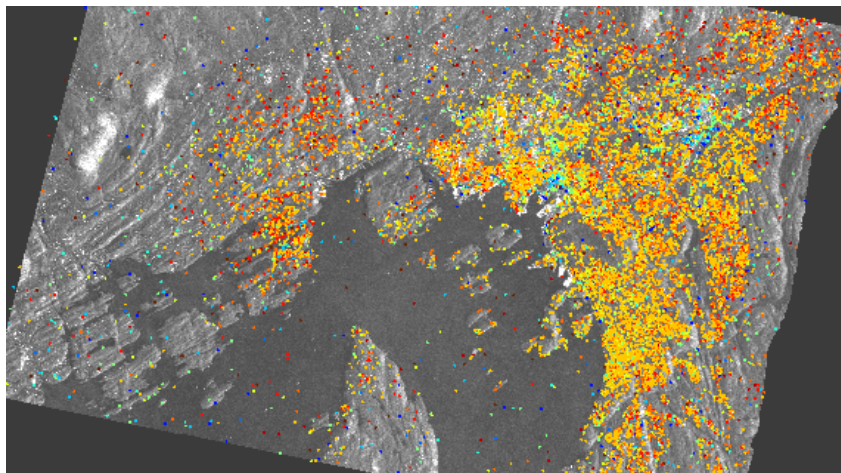
Figur 4.1 til Figur 4.7 viser resultatet av PSInSAR-prosesseringen i Earth View. Dette er PS-punkter, det vil si stabile tilbakespredere av radarsignalet, med koherens over et gitt nivå. Dette nivået er indikert i billedteksten. Koherensverdien er midlet over alle interferogrammene. Videre er legenden i Earth View dynamisk slik at intervallene som de ulike fargene representerer varierer mellom bildene. Fargene i to bilder er derfor ikke sammenliknbare, foruten at rekkefølgen er den samme, dvs. at den vertikale forflytningen går fra positiv til negativ fra rødt via gult og grønt, og til blått. Denne legenden er angitt kun på Figur 4.1, men den samme fargeskalaen gjelder for alle PS-figurene, dvs. Figur 4.1 til Figur 4.7.



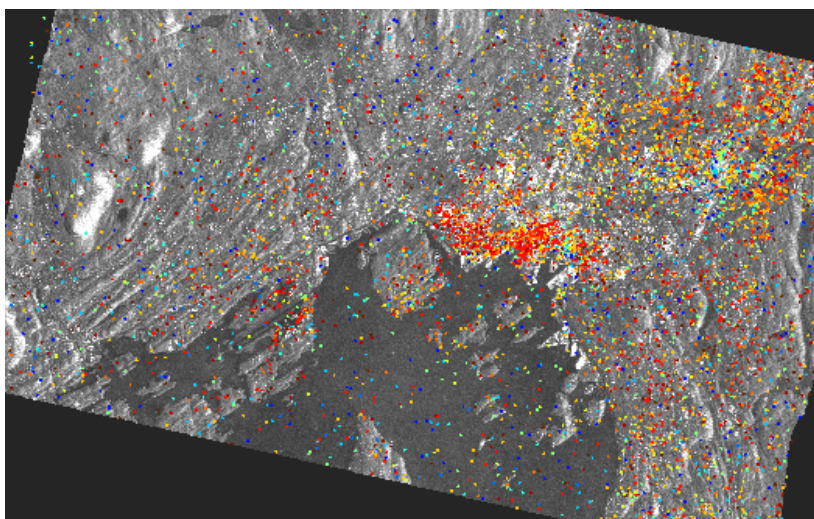
Figur 4.1 Totalt 28 input SAR scener. Koherensnivå 0,70. Innfelt: Legende.



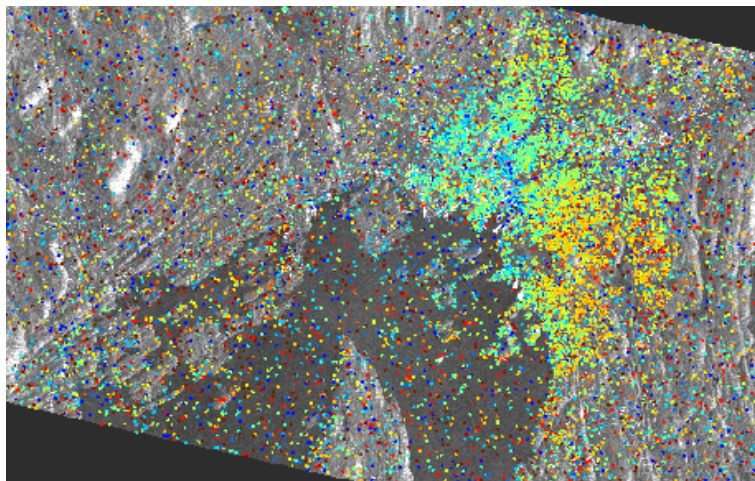
*Figur 4.2 Totalt 22 input SAR scener. Koherensnivå 0,70.*



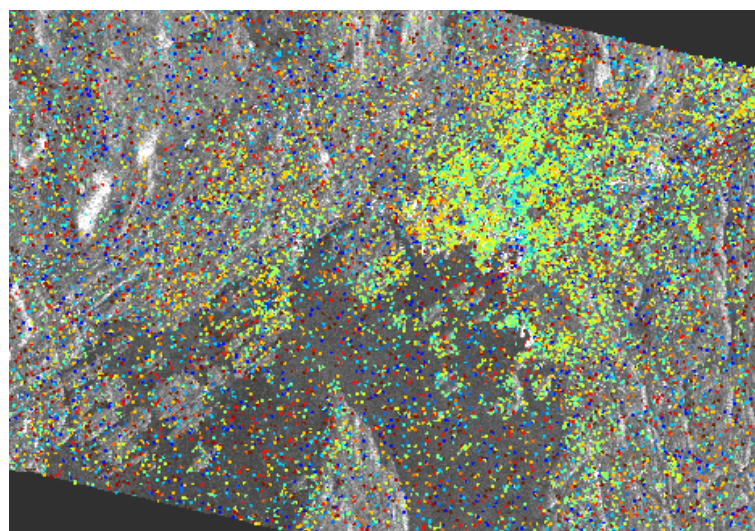
*Figur 4.3 19 input SAR scener. Koherensnivå 0,80.*



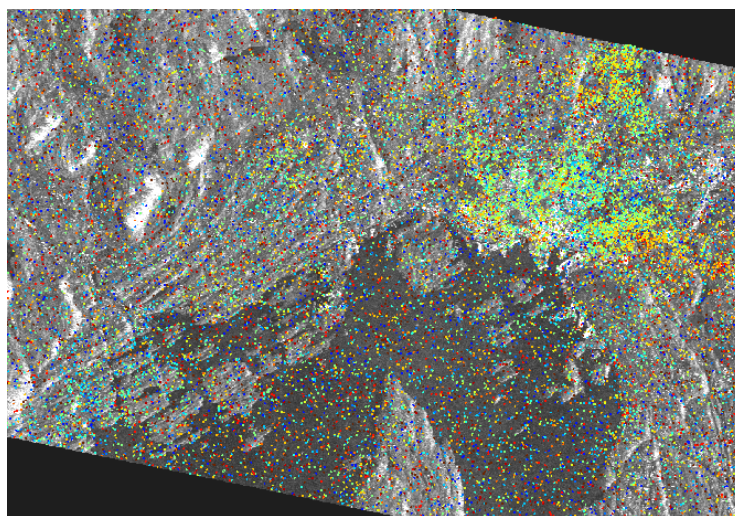
*Figur 4.4 15 input SAR scener. Koherensnivå 0,85.*



*Figur 4.5 12 input SAR scener (kort periode). Koherensnivå 0,90.*



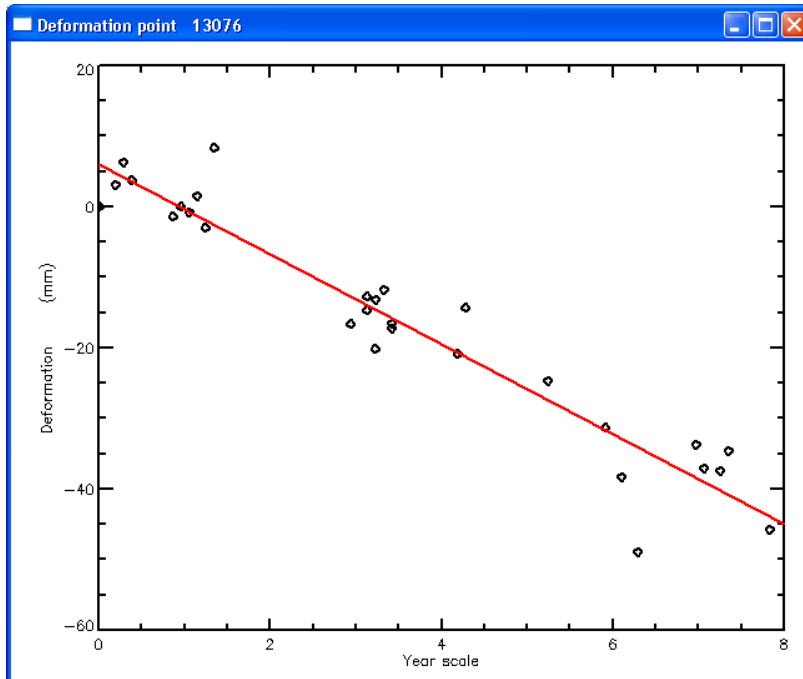
*Figur 4.6 12 input SAR scener (lang periode). Koherensnivå 0,90.*



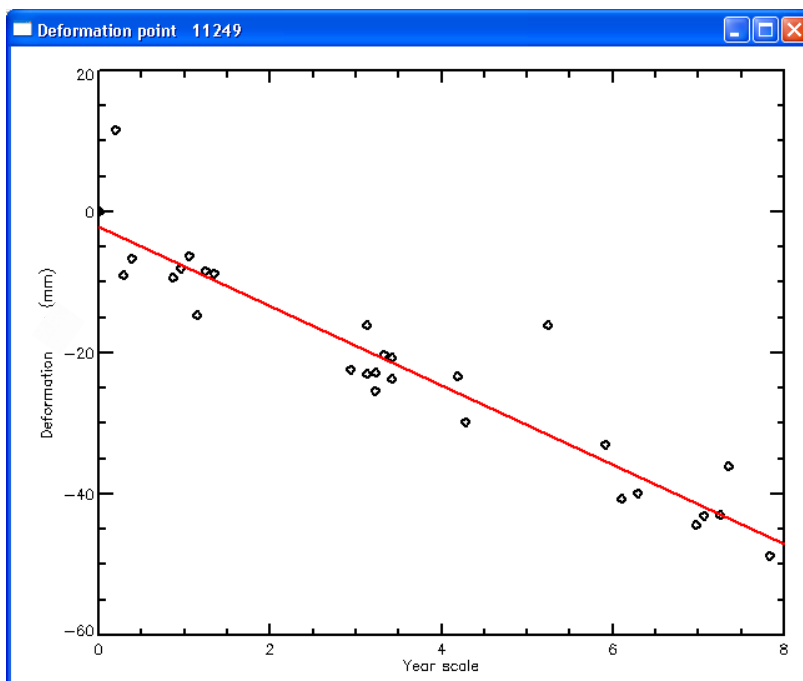
*Figur 4.7 9 input SAR scener. Koherensnivå 0,95.*

## 4.5 Punktvis nedsynkning

Hvert punkt på Figur 4.1 til Figur 4.7 har en deformasjonshistorikk. Denne er plottet for fire eksempler i Figur 4.8 til Figur 4.11. Disse grafene viser nedsynkningshistorikken til tre nedsynkningspunkter, samt et eksempel på et punkt som har hatt ganske stabil vertikal posisjon i årene 1992 til 2000.

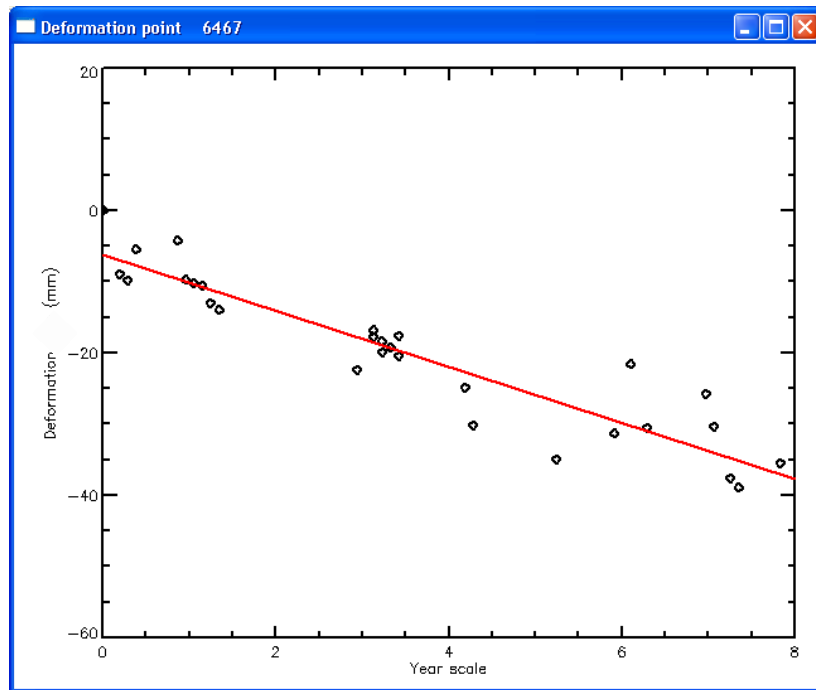


Figur 4.8 Nedsynkningspunkt i Bjørvika.

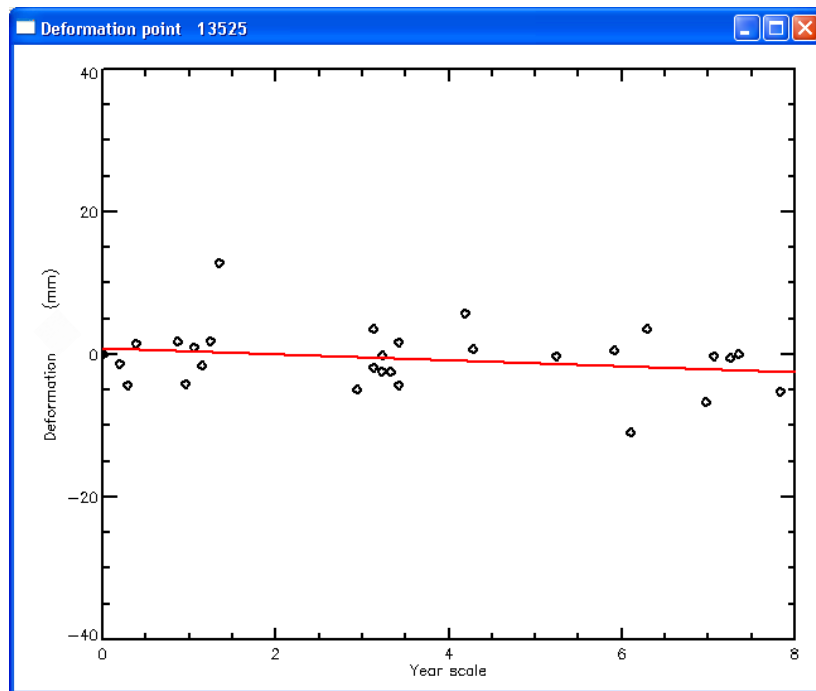


Figur 4.9 Nedsynkningspunkt på Skøyen.





*Figur 4.10 Nedsynkningspunkt på Bjerke.*



*Figur 4.11 Stabilt punkt ytterst på Vippetangen.*

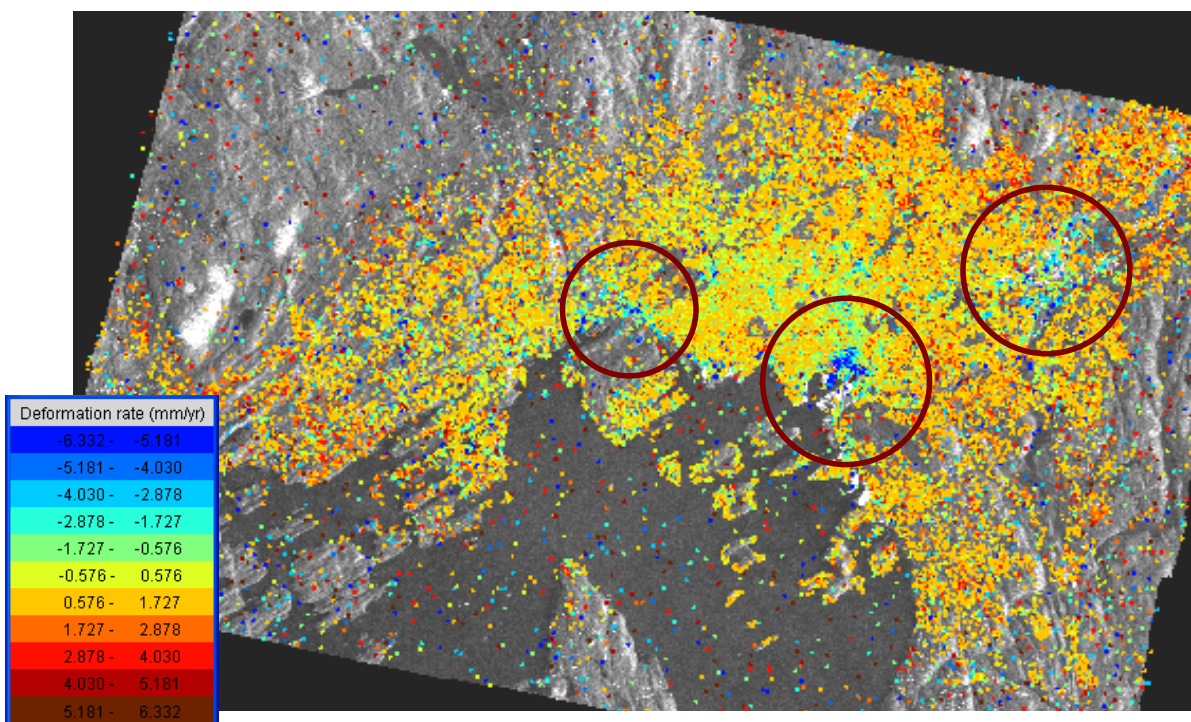
#### 4.6 Vurdering av resultatene fra PSInSAR prosesseringen

Resultatene som er beskrevet i de foregående avsnittene gir et bilde av nedsynkningsregimet over Oslo og omegn. Nedsynkningen er beskrevet både på et overordnet nivå (se Figur 4.1 til Figur 4.7), og på et mer detaljert nivå (se Figur 4.8 til Figur 4.11). Grafene på Figur 4.8 til Figur 4.11 viser nedsynkningen til enkelte punkt med en nøyaktighet med størrelsesorden mm per år. De påfølgende kapitlene gir en vurdering av dette resultatet og påliteligheten til nøyaktigheten. Dette gjøres ved å analysere og beskrive resultatene inngående, og vurdere dem opp mot resultater oppnådd ved andre metoder.

Analysene som er beskrevet i de neste kapitlene er utført på PS-prosesseringen Run 1 – 7. De analysene som kun involverer ett av prosesseringsresultatene, er basert på Run 1, dvs. den prosesseringen som er utført med størst mengde inputdata (28 SAR-scener).

#### 4.7 Visuell inspeksjon

Siden Earth View er et nytt og foreløpig utestet verktøy ved både FFI og UiO, er det nødvendig å gjøre grundige vurderinger av resultatene av prosesseringen. Dette må gjøres for å gi en forsikring om at resultatene er av en kvalitet som tillater videre analyser, og dessuten for å avgjøre hvilke analysemetoder som det er mulig og mest hensiktsmessig å bruke. Denne vurderingen starter med en visuell inspeksjon, og går så videre til mer tekniske og detaljerte metoder.



Figur 4.12 Nedsynkningsområder i Bjørvika, på Skøyen og nordøst for Oslo (dette bildet er hentet fra Figur 4.2).

#### 4.7.1 Nedsynkning

Figur 4.1 til Figur 4.7 viser resultatet etter kjøringene som er beskrevet i Tabell 4.1. De bildene som er basert på flest SAR scener, viser ganske tydelig et nedsynkningsmønster (se Figur 4.1 til Figur 4.3). Punktskyene viser områder med nedsynkning i Bjørvika, på Skøyen og i et område nordøst for Oslo sentrum (se Figur 4.12).

#### 4.7.2 Koherensnivå

Ettersom utvalget av input SAR scener reduseres, blir flere av punktene i bildet tilfeldigvis høykoherente, selv om de ikke representerer stabile reflektorer. Dermed må koherensnivået økes når antall input scener reduseres, for å oppnå omtrent den samme mengden punkter for framvisning. Tabell 4.2 viser en oversikt over antall input scener, koherensnivå og antall punkter som returneres.

Kjøring	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5	Nr. 6	Nr. 7
Antall input scener	28	22	19	15	12	12	9
Koherensnivå	0,70	0,70	0,80	0,85	0,90	0,90	0,95
Antall punkter	17906	79530	24251	7385	16730	19721	30998

*Tabell 4.2 Sammenhengen mellom antall input scener i PSInSAR-prosessen, og antall punkter som returneres over et visst koherensnivå.*

Denne bildesekvensen viser tydelig hvordan punkter som ikke er stabile reflektorer tilfeldigvis kan framstå som høykoherente når mengden input scener reduseres. For det første blir nedsynkningsmønsteret mer og mer utydelig og kaotisk. Dette tyder på at en del punkter som ikke representerer langsomme og stabile bevegelser, men snarere ukorrelerte, er tatt med. Ettersom mengde input reduseres i stort monn, legger det seg nærmest et filter av tilfeldige punkter over hele bildet. At disse punktene er tilfeldige og ikke stabile reflektorer med faktisk høy koherens, er åpenbart siden de viser stor nedsynkning og oppløft om hverandre i en stadig vekslende sekvens. Man kan ikke tenke seg at et slikt nedsynkningsregime virkelig har funnet sted. Når det etter hvert også framkommer punkter over havoverflaten (Oslofjorden), er det helt tydelig at disse punktene ikke er stabile reflektorer.

#### 4.7.3 Tilbakespredningsobjekter

Det er interessant å se på hvilke typer objekter som gir god tilbakespredning av radarsignalet, og som er stabile reflektorer over tid. Fra Figur 4.1 til Figur 4.7 er det klart at ettersom antall input scener økes, forsvinner indikasjonen av høykoherente punkter over havoverflaten slik som forventet.

Dersom punktene plottes over et ortofoto med god oppløsning, slik som på Figur 4.13, er det mulig å bestemme enda mer spesifikt hvilke bakkeobjekter som gir god tilbakespredning. Figur 4.13 viser en jevn spredning og relativt stor tetthet av gode tilbakespredere i Oslo sentrum, som i stor grad er preget av bebyggelse og menneskelagde strukturer. Men noen steder i dette området skiller seg likevel ut ved at de nesten ikke har noen punkter med en tilbakespredning over det

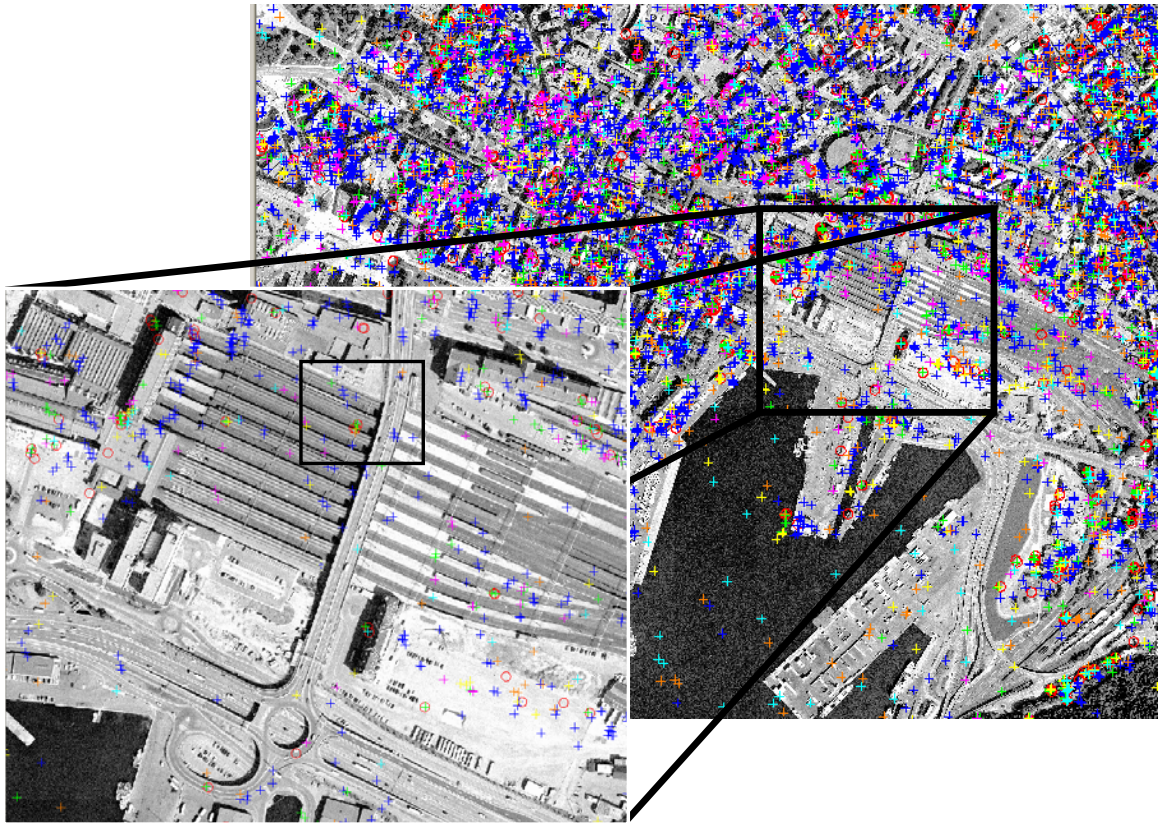
gjeldende koherensnivået (punktene er hentet fra kjøringen Run 2, og er følgelig over et koherensnivå på 0,70). Dette gjelder for eksempel Slottsparken, Vår Frelsers Gravlund og St. Hanshaugen som alle er grøntområder med mange trær og vegetasjon, samt banedekket på Bislet Stadion som formodentlig skifter beskaffenhet gjennom sesongene.



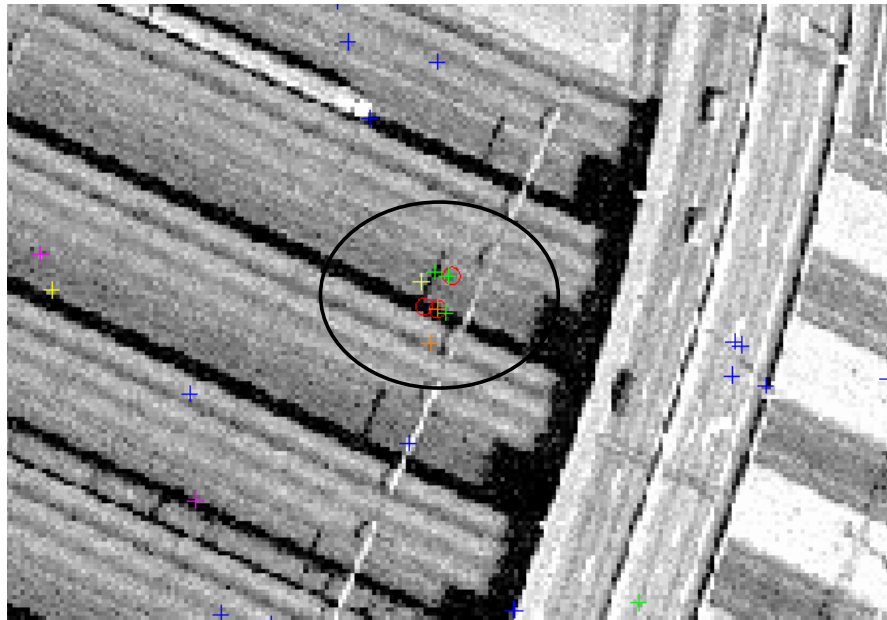
*Figur 4.13 Slottsparken (gul), Vår Frelsers Gravlund (sort), St. Hanshaugen (blå) og banen på Bislet Stadion (grønn) er blottet for koherente tilbakespredere. Under ligger et ortofoto.*

#### 4.7.4 Fordeling av punkter

Hver PSInSAR prosessering returnerer en sky av punkter med koherens over det grensenivået gitt av brukeren. Figur 4.14 viser et plot av punktskyene fra alle de syv kjøringene sammen. Bildene i avsnittet over antyder nedsynkning i dette området, så her vil det være interessant å gjøre videre analyser av punktene. Utsnittet indikerer imidlertid at de syv kjøringene ikke returnerer punkter med lik plassering. Figur 4.15 viser enda et mindre utsnitt av et område hvor det på Figur 4.14 kunne late til å være en ansamling av punkter fra flere kjøringene. Dette utsnittet viser at punktene fra de ulike kjøringene ligger omtrent over hverandre, men punktene er kun gitt av kjøring nummer 1, 3 og 7. Dette forhindrer punktvis sammenlikning av de forskjellige kjøringene, og de må derfor vurderes opp mot hverandre med globale metoder.



*Figur 4.14 Bjørvika. Punktene fra kjøringene 1-7 er farget med hhv. rød, blå, grønn, rosa, gul, turkis og oransje, og lagt over et ortofoto. Utsnittet viser et forstørret bilde av Oslo S og omegn. Rammen viser utsnittet på Figur 4.15.*

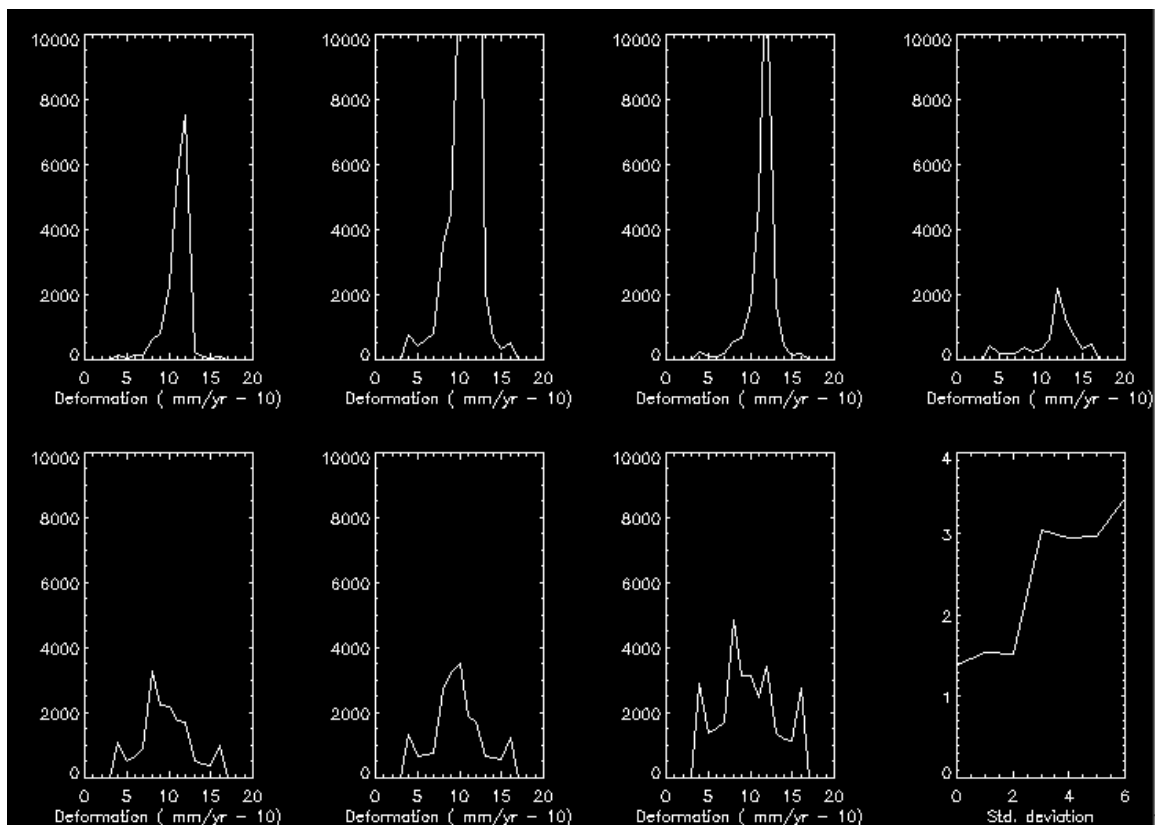


*Figur 4.15 Utsnittet fra Figur 4.14. Ringen viser en ansamling punkter som er returnert fra kjøringene 1, 3 og 7.*

## 4.8 Nedsynkningsfordeling

Et histogram over nedsynkningen til de stabile reflektorene vil gi en oversikt over hva som er den dominerende trenden, og hvilke størrelser av nedsynkning som finnes i området. Hypotesen er at de aller fleste punktene viser kun moderat eller ingen nedsynkning eller oppløft. Dette skal underbygge hvorfor det er greit å ta med alle punktene når jeg i neste omgang bruker regresjon til å finne et plan som representerer den lineære nedsynkningstrenden i området. De punktene som viser nedsynkning av en viss størrelse antas å utgjøre uteliggere i nedsynkningsregimet, og er forsvinnende få i antall sammenliknet med de stabile punktene.

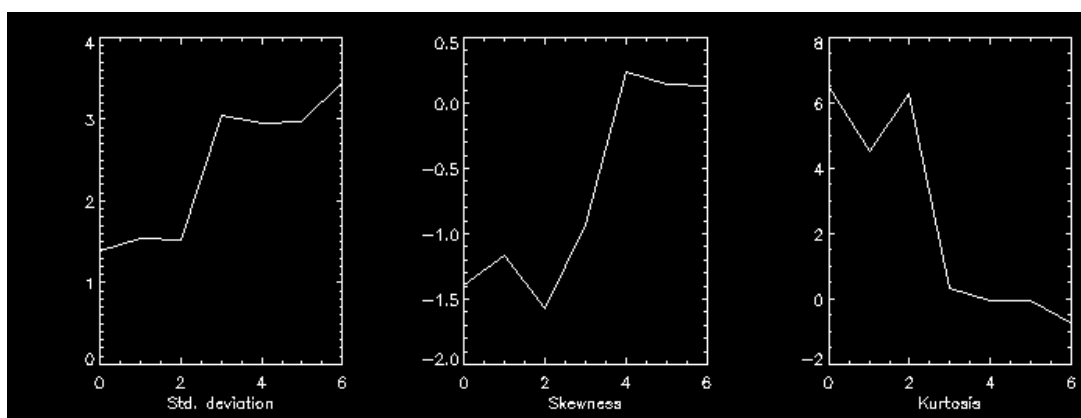
Figur 4.16 viser histogram over nedsynkningen til punktene i de 7 PSInSAR prosesseringene. De tre første grafene (som representerer datasett basert på hhv 28, 22 og 19 input scener), viser et toppunkt like over 0, og at så å si alle de stabile refleksjonspunktene har steget med mellom 0 og 5 mm per år i perioden mellom 1992 og 2000. Kun en forsvinnende liten mengde punkter har løftet seg mer enn 5 cm, mens en litt større mengde med uteliggere har sunket med mellom 0 og 7 mm per år. Et regresjonsplan over nedsynkningen til punktene vil derfor preges av punktene med moderat eller ingen nedsynkning, mens de punktene med stor nedsynkning kun i liten grad vil påvirke dette planet.



Figur 4.16 Nedsynkningshistogram for Run 1 til 7. Y-aksen viser antall piksler. X-verdien 10 indikerer ingen nedsynkning. Nede til venstre: standardavviket til fordelingene fra oppe til venstre og mot høyre.

Ettersom antall input scener reduseres, øker andelen av punkter med stor nedsynkning eller oppløft. Toppunktet ved omtrent 0 (x-verdi 10) er ikke så dominerende i forhold til halene til begge sider. Som beskrevet i avsnittet 4.7.2 *Koherensnivå*, må dette hovedsaklig tolkes som støypunkter.

De statistiske egenskapene til nedsynkningen gitt ved de forskjellige PS-prosesseringene er oppsummert i Tabell 4.3 og Figur 4.17. *Gjennomsnittsverdi* for deformasjonen er ca. 0, ergo ingen nedsynkning eller oppløft. *Standardavviket* øker etter hvert som antall input SAR-scener reduseres. Det betyr en større andel av punkter med nedsynkning eller oppløft i forhold til stabile punkter. Den synkende *kurtosisen* indikerer at fordelingene får mindre dominerende toppunkt og høyere skuldre. Med liten mengde input data har nedsynkningsfordelingene liten eller ingen *skjevhet* (skjevhetsverdier rundt 0), mens større mengde input data gir fordelinger som er skjeve mot venstre. Det betyr at uteliggerne i større grad ligger mot venstre, altså mot nedsynkning.



Figur 4.17 Standardavvik, skjevhet og kurtosis for nedsynkningen til PS-punktene.

Tabell x	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7
Gj. snitt	0,89	0,82	1,39	1,37	-0,40	-0,23	-0,24
Median	0,79	0,79	1,58	2,37	-0,79	0,00	0,00
Max.	6,33	6,34	6,33	6,33	6,33	6,33	6,33
Min.	-6,33	-6,34	-6,33	-6,33	-6,33	-6,33	-6,33
Std.avvik	1,39	1,55	1,52	3,05	2,96	2,98	3,45
Kurtosis	6,48	4,55	6,29	0,33	-0,03	-0,07	-0,73
Skjevhet	-1,39	-1,16	-1,57	-0,93	0,24	0,15	0,13

Tabell 4.3 Statistiske egenskaper for nedsynkningshistogrammene.

Nedsynkningsfordelingen viser at de aller fleste punktene ikke har beveget seg mye i løpet av observasjonsperioden fra år 1992 til 2000. Gjennomsnittsverdien er like over 0, samtidig som fordelingen er skjev mot venstre. Dette kan tyde på at området i sin helhet er utsatt for en moderat oppløfting, mens noen mindre, lokale områder er utsatt for nedsynkning. Disse trendene blir mindre tydelige ettersom mengden input data reduseres. De statistiske undersøkelsene viser at prosesseringene med mindre input data er mindre pålitelige enn de med større mengder input data.

## 4.9 Landhevning

PSInSAR prosesseringen ga en sky av permanente tilbakespredere i Oslo-området. Noen av disse representerer lokale nedsynkninger på opptil 6-7 mm per år, for eksempel i området rundt Bjørvika og Oslo S. Bortsett fra disse, viser de aller fleste av PS-punktene liten eller ingen vertikal bevegelse. Imidlertid kan det se ut som om punktene mot nordvest viser en liten heving. Dette kan muligens ha sammenheng med landhevningen som fremdeles foregår etter smeltingen av iskappen som lå over Skandinavia under siste istid [MSU, 200]. Denne landhevningen har sitt maksimum innerst i Botnaviken, hvor jordoverflaten hever seg med opptil 10 mm per år. I området rundt Oslo er landhevningen på omtrent 3 mm per år, og øker mot nordøst i retning av Botnaviken (se Figur 4.18).



Figur 4.18 Landhevning etter siste istid (mm/år) [MSU, 200].

Landhevningen er tilnærmet uniform i testområdet, og kan således representeres ved et plan. De PS-punktene som ikke representerer lokale nedsynkninger (eller i noen få tilfeller oppløft), bør ligge i dette planet (i et koordinatsystem hvor  $x$  = øst,  $y$  = nord, og  $z$  = deformasjon). Målet er å spenne ut planet som best mulig tilnærmer alle disse punktene, og så analysere helningen til dette planet. Hypotesen er at denne helningen stiger mot nordøst i samsvar med landhevningen.



#### 4.9.1 Lineær trend

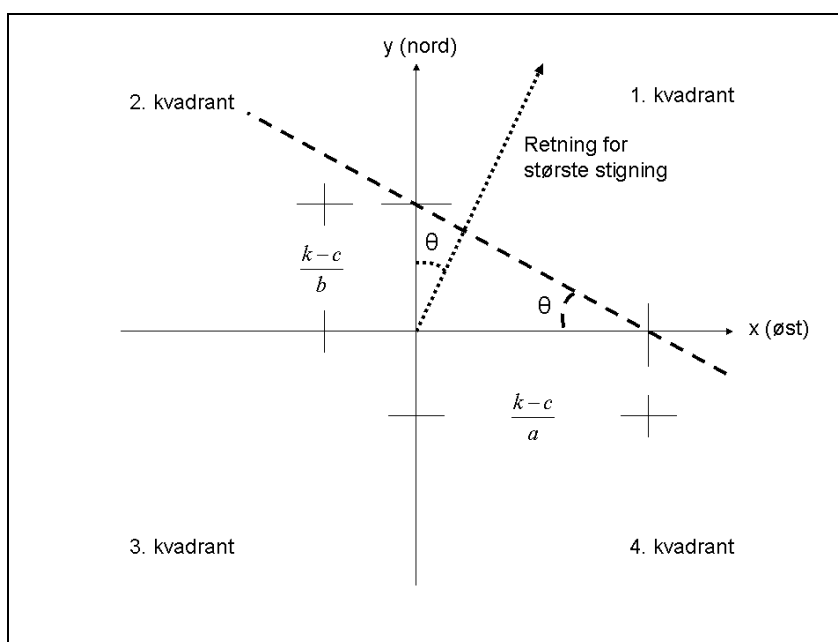
Koordinatene til PS-punktene er gitt i rommet ved en nord- og en øst-koordinat i det horisontale planet, og en deformasjonsrate i vertikal retning. Minste kvadraters metode benyttes til å tilnærme et plan til alle disse koordinatene, og returnerer de tre parametrene  $a$ ,  $b$  og  $c$ , som beskriver dette planet:

$$z = ax + by + c \quad (4.1)$$

Her er  $x$  øst-koordinat,  $y$  er nord-koordinat, og  $z$  er deformasjon. Minste kvadraters metode kan generelt uttrykkes som dette [Weisstein, 2007]:

$$\left\{ \sum_i (z_i - \tilde{z}_i)^2 \right\}_{\min} \quad (4.2)$$

$\tilde{z}$  er her de empiriske punktene som skal tilnærmes med en funksjon  $z$ . I dette tilfellet uttrykker  $z$  et plan, slik som beskrevet ovenfor. Differansen  $z_i - \tilde{z}_i$  er den vertikale avstanden mellom et empirisk punkt og regresjonsplanet, og minste kvadraters metode finner koeffisientene  $a$ ,  $b$  og  $c$  slik at summen<sup>5</sup> av disse avstandene minimeres.



Figur 4.19 Den grovstiplede linjen er linjen  $y$  beskrevet i teksten. Dersom denne roteres  $90^\circ$  med klokka, blir resultatet den finstiplede linjen som viser retningen for største stigning langs planet  $z$ . Denne illustrasjonen viser tilfellet med både  $a$  og  $b$  positiv.

<sup>5</sup> Som det framgår av uttrykket for minste kvadraters metode, er det ikke avstandene mellom punktene og planet som legges sammen, men kvadratene til avstandene. Dermed gir punkt som ligger både over og under planet, positive bidrag til summen.

Når regresjonsplanet er funnet, gjenstår det først og fremst å finne retningen for planets helning. I tillegg skal også størrelsen til helningen regnes ut. Den bratteste stigningen til en overflate kan representeres ved en kurve som står normalt på høydekurvene. En høydekurve representerer punkter som ligger i samme høyde og som følgelig har samme  $z$ -verdi. For et plan er høydekurvene parallelle linjer, og kurven som beskriver bratteste helning er følgelig også en rett linje, som står normalt på høydekurvene. Metoden for å finne denne linjen og helningen langs denne, består av følgende steg:

1. Finne høydekurvene til planet (planet betegnes fra nå av med  $P$ ).
2. Bruke høydekurvenes vinkel med  $x$ -aksen målt med urviseren, til å finne vinkelen mellom  $y$ -aksen og linja for maksimal stigning (med urviseren). Disse to vinklene er kongruente (like), og vil betegnes med bokstaven  $\theta$ .
3. Uttrykke  $z$  med polarkoordinater, dvs. parameterisere  $x$  og  $y$  med  $t$  og  $\theta$ . Ved en gitt  $\theta$  vil  $z$  være uttrykt ved  $t$ , og dette representerer linjen for maksimal stigning. Derivasjon med hensyn på  $t$  langs denne linja gir stigningen

En høydekurve til planet  $P$  er gitt ved de punktene i planet som har samme  $z$ -verdi, la oss si  $z = k$ . Disse punktene befinner seg på en kurve, eller nærmere bestemt en linje, som er beskrevet av skjæringen mellom planet  $P$  og planet  $z = k$ . Denne skjæringen er videre beskrevet i  $xy$ -planet:

$$z = k \quad \wedge \quad z = ax + by + c \quad (4.3)$$

$$k = ax + by + c \quad (4.4)$$

$$y = \left(-\frac{a}{b}\right)x + \left(\frac{k-c}{b}\right) \quad (4.5)$$

Denne linjen danner en rettvinklet trekant med aksene i koordinatsystemet, og ut fra den sammenhengen kan vinkelen ( $\theta_{\text{quad}}$ ) i gjeldende kvadrant beregnes. La oss først se på katetene i trekanten, som ligger langs aksene mellom origo og linjas skjæring med aksene. Dette er skjæringene:

$$x = 0 \Rightarrow y = \frac{k-c}{b} \quad (4.6)$$

$$y = 0 \Rightarrow \frac{a}{b}x = \frac{k-c}{b} \Rightarrow x = \frac{k-c}{a} \quad (4.7)$$

Katetene har altså en lengde som tilsvarer disse  $x$ - og  $y$ -verdiene. Det gir følgende trigonometriske sammenheng:

$$\tan(\theta_{quad}) = \frac{\left(\frac{k-c}{b}\right)}{\left(\frac{k-c}{a}\right)} = \frac{a}{b} \quad (4.8)$$

Omregnet med hensyn på  $\theta_{quad}$  gir det følgende:

$$\theta_{quad} = \arctan\left(\frac{a}{b}\right) \quad (4.9)$$

Arcus tangens returnerer verdier på intervallet  $(-90^\circ, 90^\circ)$ , dermed må det tas hensyn til fortegnene til a og b for å orientere resultatvinkelen  $\theta$  riktig. Figur 1 viser tilfellet med både a og b positiv. Da peker linjen for maksimal stigning ut av første kvadrant. Kvadrantene er plassert mot klokka som vanlig i det kartesiske koordinatsystem, mens vinkelen måles i dette tilfellet som på kompasset, nemlig med positive vinkler med klokken, og med  $0^\circ$  mot nord. Med denne orienteringen er retningen til linjen for maksimal stigning beskrevet i Tabell 4.4. For spesialtilfellet  $b = 0$  gjelder følgende:

$$a > 0 \Rightarrow \theta = 90^\circ \quad (4.10)$$

$$a < 0 \Rightarrow \theta = 270^\circ \quad (4.11)$$

Fortegn		Intervall for $\arctan(\theta_{quad})$	Referanseakse $\Psi$ (etter $90^\circ$ rotasjon med klokka).	Resultantvinkel, intervall ( $\theta = \theta_{quad} + \Psi$ ).	Resultant- kvadrant
A	B				
+	+	$[0^\circ-90^\circ)$	Positiv y-akse ( $0^\circ$ )	$[0^\circ-90^\circ)$	1
+	-	$(-90^\circ-0]$	Negativ y-akse ( $180^\circ$ )	$[90^\circ-180^\circ)$	4
-	-	$[0^\circ-90^\circ)$	Negativ y-akse ( $180^\circ$ )	$[180^\circ-270^\circ)$	3
-	+	$(-90^\circ-0]$	Positiv y-akse ( $360^\circ$ )	$[270^\circ-360^\circ)$	2

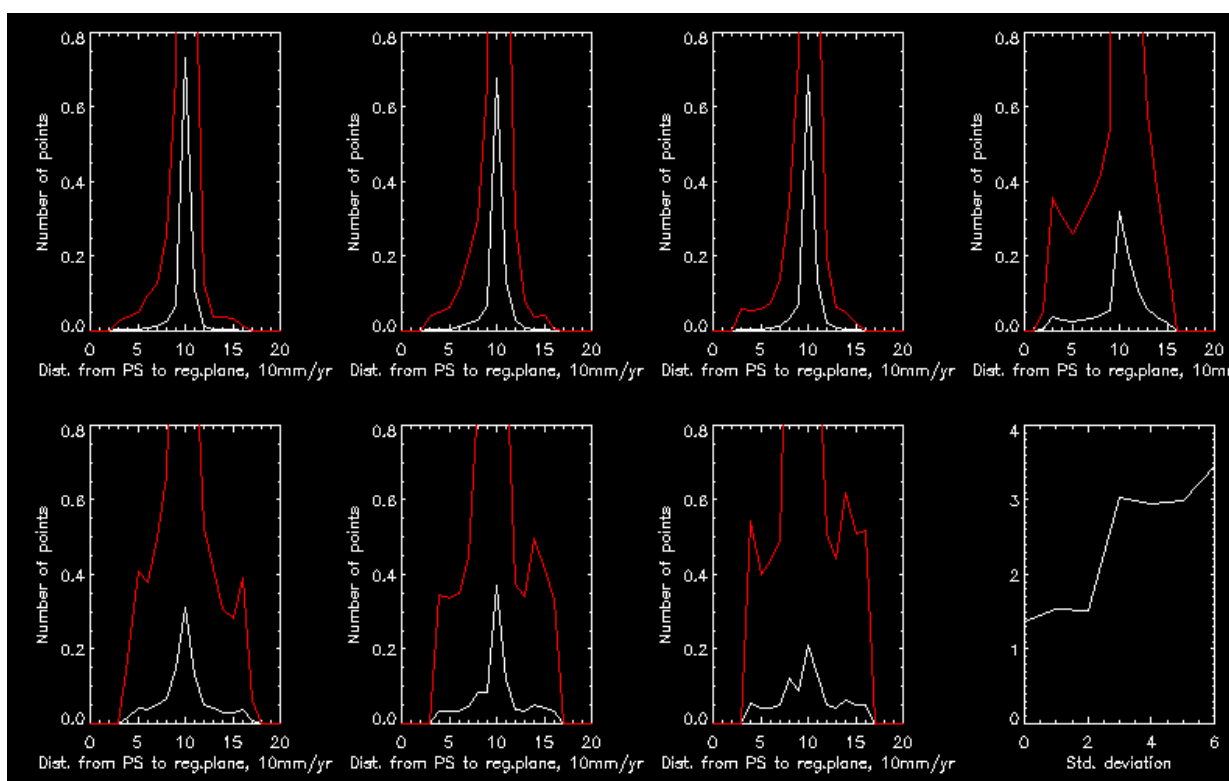
Tabell 4.4 Orientering av linjen for maksimal stigning.

#### 4.9.2 Landhevning

Tabell 4.5 beskriver resultatene av utregningen av et regresjonsplan for PS-punktene. Planet er gitt ved største helning og helningens retning. Prosesseringene med størst mengde input data kan representeres ved et plan som har sin største stigning i første kvadrant (mellom nord og øst). Prosesseringene med mindre input data gir regresjonsplan som heller i andre retninger. Planene som heller oppover mot nordøst korresponderer med den skandinaviske landhevningen.

Prosessering	Helning – retning (°)	Tilt – kvadrant	Helning (*10 <sup>-5</sup> m/m)
Run 1	85,2218	1	4,99573
Run 2	30,2505	1	5,35449
Run 3	75,0536	1	2,37828
Run 4	115,423	2	5,76732
Run 5	184,464	3	5,46560
Run 6	276,819	4	9,18359
Run 7	344,626	4	5,67002

Tabell 4.5 Resultat, linje for maksimal stigning.



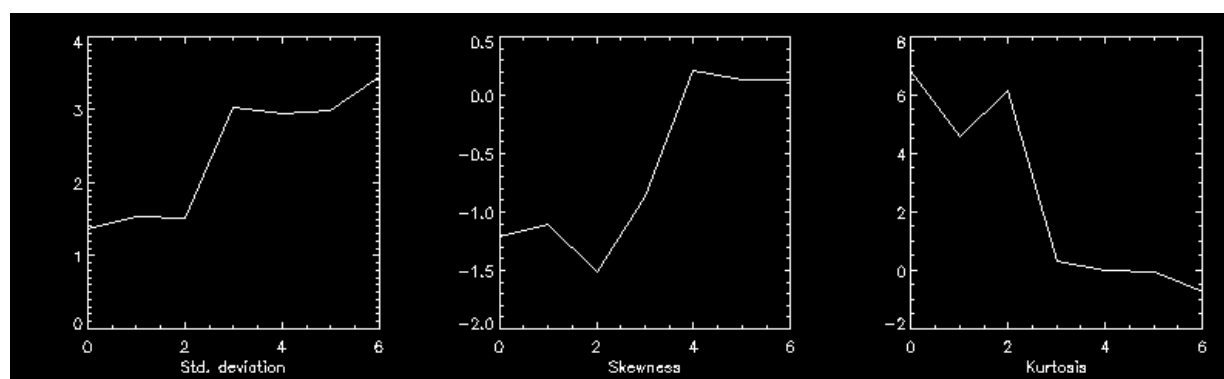
Figur 4.20 Normaliserte differanser mellom PS-punktene deformasjon i Run 1 til 7 og regresjonsplanet til deformasjonen. Røde grafer er skalert med 10 for å synliggjøre fordelingenenes skuldre. Nede til venstre: standardavviket til fordelingene fra oppe til venstre og mot hø

De statistiske egenskapene til PS-punktene sammenliknet med regresjonsplanene indikerer hvor godt punktene representerer et plan. Dessuten viser de hvilke av prosesseringene som gir de mest pålitelige resultatene. Figur 4.20 viser histogrammer over den vertikale avstanden fra PS-punktene til regresjonsplanet for hver prosessering, og de statistiske egenskapene er oppsummert i Tabell 4.6 og illustrert ved Figur 4.21.

Alle datasettene har en *gjennomsnittlig avstand* mellom PS-punktene og regresjonsplanet som ligger svært nær 0. Dette er som forventet, ettersom metoden som er brukt for å fremstille planene, har som mål å minimere dette gjennomsnittet. *Standardavviket* øker og *kurtosisen* avtar ettersom mengden input data reduseres. Det er en indikasjon på at gjennomsnittsverdien er et

resultat av større verdier i både positiv og negativ retning for prosesseringene med liten mengde input data. Punktmengdene representerer et plan i dårligere grad ettersom *standardavviket* øker, ergo er det prosesseringene med mye input data som i størst grad representerer et plan. Ved større mengder input data, har avstandshistogrammene en *skjevhet* mot venstre. Denne halen representerer en liten mengde punkter som ligger langt nedenfor regresjonsplanet. Dette er de punktene hvor nedsynkningen er så stor at den overskygger landhevingen.

Denne analysen går ikke inn på den absolutte størrelsen til landhevingen, men har altså sett på plantilnærmingen og planets helningsretning. Fra dette kan vi slutte at det er de kjøringene som er basert på flest SAR scener som gir et nedsynkningsmønster som i størst grad stemmer med landhevingen. Landhevingen fordeler seg som et plan i testområdet, og det er nedsynkningen fra Run 1 til 3 som i best grad tilnærmer et slikt plan. Regresjonsplanene til disse kjøringene har også samme helning som landhevingen, nemlig økende mot nordøst. De andre kjøringene har betydelig dårligere egenskaper når det gjelder å tilnærme et plan (se Figur 4.21), og deres regresjonsplan heller ikke den samme veien som landhevingen (se Tabell 4.5).



Figur 4.21 Standardavvik, skjevhet og kurtosis for differansefordelingene til PS-punktene.

Tabell x	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7
Gj. snitt ( $\times 10^{-6}$ )	-4,24	-22,23	-1,68	3,47	1,61	5,54	-3,02
Median	-0,08	-0,05	-0,18	-0,73	0,17	-0,18	-0,18
Max.	7,98	7,55	7,90	8,22	6,52	6,24	6,18
Min.	-6,89	-6,22	-5,35	-5,87	-7,28	-6,68	-6,65
Std.avvik	1,37	1,54	1,52	3,30	2,95	2,98	3,45
Kurtosis	6,82	4,59	6,18	0,33	0,00	-0,07	-0,73
Skjevhet	1,21	1,11	1,52	0,87	-0,21	-0,13	-0,13

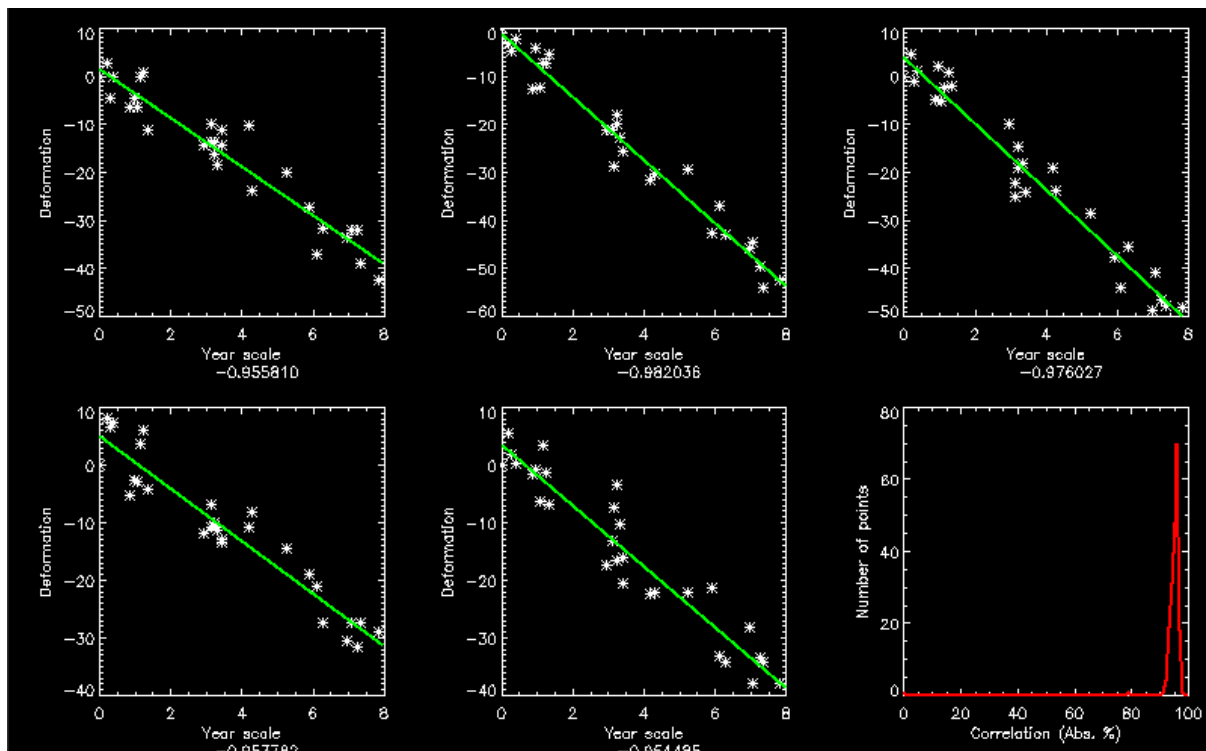
Tabell 4.6 Statistiske egenskaper for differansen mellom PS-punktene deformasjon og regresjonsplanet til deformasjonen

#### 4.10 Nedsynkningens linearitet

Det har lenge vært antatt at nedsynkning er lineær over tid, forutsatt at den ikke påvirkes av spesielle hendelser knyttet til korter tidsrom. Dette er imidlertid en antakelse som har blitt trukket i tvil den siste tiden. Her undersøkes derfor lineariteten til nedsynkningen til punktene i denne oppgaven.

Alle punktene fra Run 1 med en nedsynkning på mer enn 4 mm/år ble plukket ut til denne analysen. Det utgjør til sammen 193 av de totalt 17907 PS-punktene. Figur 4.22 viser nedsynkningshistorikken til fem tilfeldig utvalgte av disse punktene, samt deres regresjonslinjer.

Korrelasjonen til alle de 193 nedsynkningspunktene fordeler seg med et standardavvik på 0,017 rundt gjennomsnittsverdien -0,955. Det betyr at de aller fleste punktene med relativt stor nedsynkning i Oslo-området, også har en sterk linearitet i nedsynkningen over tid.



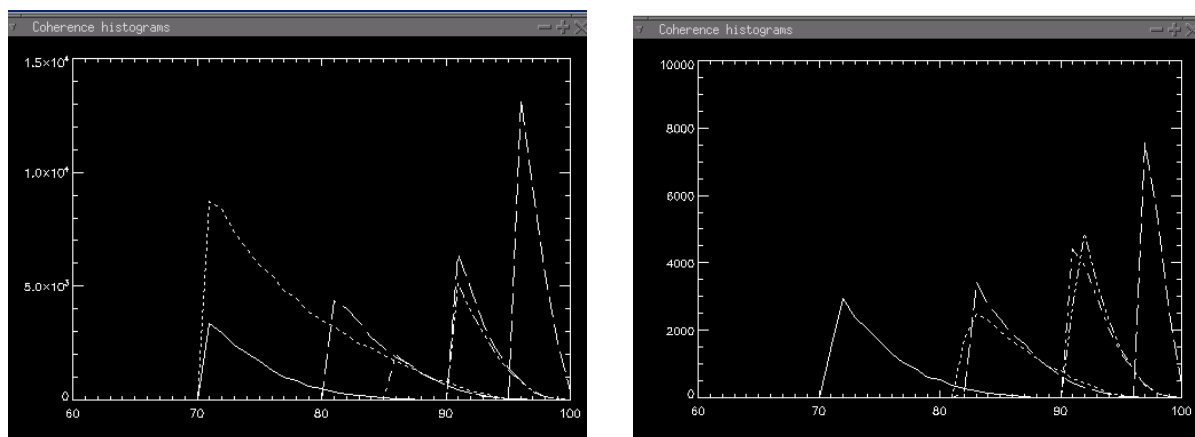
Figur 4.22 Nedsynkningshistorikken og dens regresjonslinje til fem tilfeldig valgte punkter med en nedsynkning på mer enn 4 mm/år. Nede til høyre: Korrelasjonsfordelingen til alle punktene med nedsynkning på mer enn 4mm/år.

## 4.11 Koherens

PS-punkter er punkter som over tid gir en stabil - eller koherent - refleksjon av radarsignalet. Figur 4.23 viser fordelingen til koherensen til PS-punktene i de syv prosesseringene. Hensikten med denne testen som dette dokumentet beskriver, var å vise hvordan fordelingen til koherensen endrer seg når antall input scener endres.

Plottene på Figur 4.23 (venstre) kan være vanskelige å tolke, siden de ulike datasettene er representert ved et ulikt antall datapunkter. Det er derfor ikke trivielt å sammenlikne grafene. Figur 4.23 (høyre) viser derfor de samme plottene, men nå med samme antall punkter fra hvert datasett. Fra disse grafene er det helt tydelig selv etter en enkel visuell inspeksjon, at punktene fra datasettet med flest input scener har lavest koherens (heltrukket graf), mens datasettet med færrest inngangsscener har høyest koherens (bratt graf lengst til høyre).

Grafene mellom de to ytterpunktene følger det samme mønsteret. Tilsynelatende er mønsteret ikke like tydelig her, siden to og to av grafene så å si ser like ut. La oss derfor analysere disse nærmere.

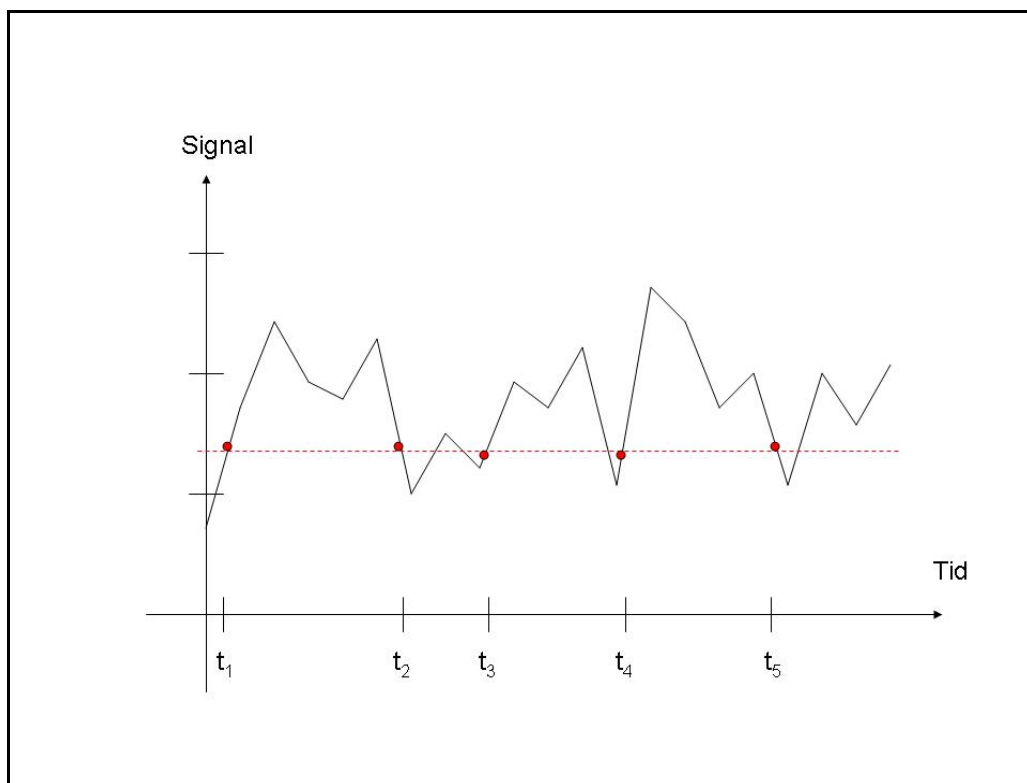


Figur 4.23 Koherensfordelingen til punktene i de syv PS-prosesseringene. Y-aksen viser antall punkter. Venstre: Alle punktene fra hver prosessering. Høyre: Likt antall punkter fra hver prosessering.

Vi tar utgangspunkt i de to grafene som ligger til venstre, nemlig de med toppunkt ved 83 (koherensverdi 0,83). Den grafen med høyfrekvent stipling (heretter kalt graf 1) har flere input scener enn den med lavfrekvent stipling (graf 2). For x-verdier over 87, følger disse grafene hverandre ganske tett. Mot formodning, ser det til og med ut som om graf 1 ligger over graf 2, og således har flere høykoherente punkt, og strider imot antakelsen om at flere scener gir lavere koherens. Men for x-verdier lavere enn 87 støtter mønsteret opp om antakelsen. Mens graf 1 stiger jevnt mot lavere koherens, skyter graf 2 oppover, og inkluderer flere punkter med høy koherens enn det graf 1 gjør.

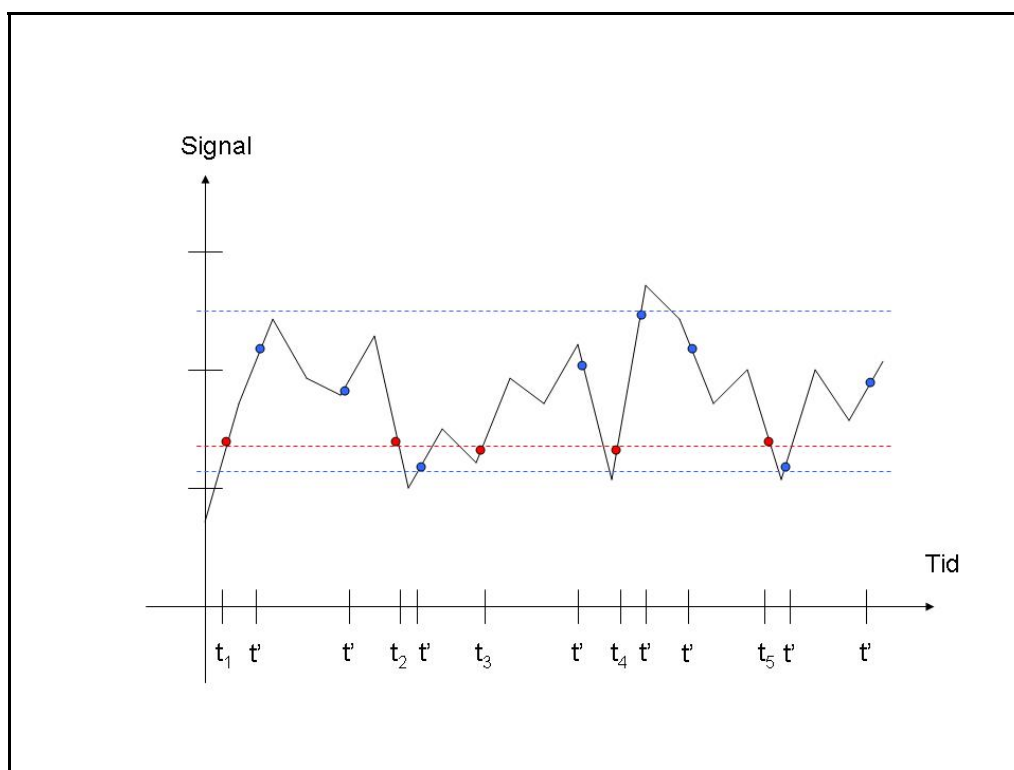
Disse observasjonene leder videre til betraktninger omkring fordelingen til koherensen til punktene i SAR-bilder. Det naturlig å anta at fordelingen som graf 1 er en del av, har et toppunkt (en middelværdi eller forventningsverdi) som ligger lenger til venstre, eller mot lavere koherens, enn det graf 2 har [Ferretti et. al., 2004]. Men siden de har samme utstrekning mot høyre, betyr det at graf 2 må ha et smalere standardavvik. De samme betraktningene gjelder for de andre to grafene som har toppunkter ved 91 og 92; de er tilsynelatende like, men ved nærmere ettersyn, passer de likevel inn i antakelsen om at økt antall input scener reduserer koherensen.

Koherensen til PS-punktene fordeler seg om lavere verdier ettersom antall input SAR-scener økes, og færre punkter står igjen med høy koherens. Noen punkter kan være stabile over en mindre mengde SAR-scener, men når flere scener fra flere tidspunkt legges til, kan disse punktene vise seg å være mindre koherente. Dette kan skyldes at et høyt antall SAR-scener fanger opp flere forskjellige variasjoner som påvirker punkter på bakken. Dermed øker muligheten for å få med tilstander som dekorrelerer flere punkter. Lavt antall SAR-scener (lav samplingsfrekvens) øker sannsynligheten for at koherente verdier måles i ustabile punkter. Dette er illustrert med Figur 4.24 og Figur 4.25.



Figur 4.24 Lav samplingsfrekvens øker sannsynligheten for tilfeldig høy koherens.





Figur 4.25 Høy samplingsfrekvens fanger opp variasjoner og avdekker faktisk lav koherens.

#### 4.12 Sammelikning med PSInSAR prosesseringer ved NGU

TRE (Italia) gjorde allerede i 2004 en PSInSAR-prosessering av testområdet i denne masteroppgaven, basert på omtrent de samme inputdataene. Dette ble gjort på oppdrag fra NGU. Som et ledd i kvalitetsvurderingen av denne oppgavens resultater, er det derfor naturlig å gjøre en sammenlikning med deres resultater, og vurdere de forskjeller som eventuelt finnes.

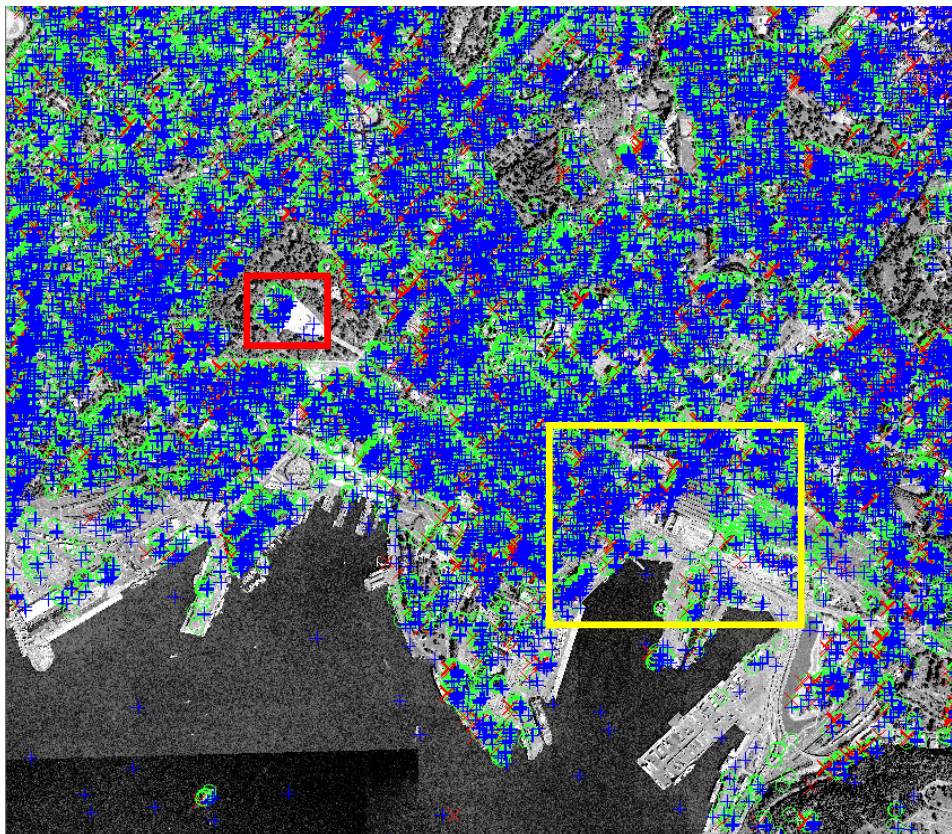
##### 4.12.1 Visuell inspeksjon

Et plot av punktene fra Earth View og NGU viser at de danner det samme overordnede mønsteret (se Figur 4.26). Tettheten av punkter er stor i bebygde områder, mens områder med vegetasjon og vannflate nesten ikke inneholder noen indikasjoner på permanente reflektorer.

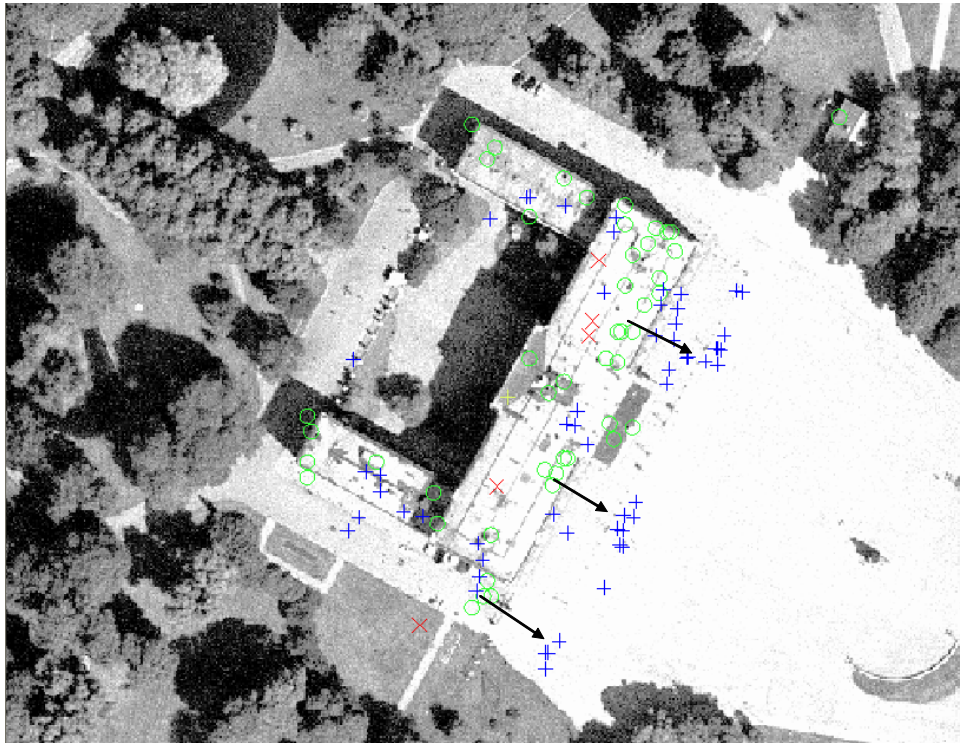
Ved å forstørre bildet blir inntrykket imidlertid litt annerledes, da er ikke likheten så tydelig lenger. Både dataene fra NGU og kjøring 2 fra Earth View indikerer flere reflektorer på taket av Slottet (se Figur 4.27). Men det er vanskelig å avgjøre hvilke punkter fra de to datasettene som korresponderer til det samme reflekterende objektet. Ved å ta et overordnet blick på taket av Slottet og området rundt, virker det nokså klart at punktene fra Earth View er parallellforskjøvet noen meter mot sydøst i forhold til punktene fra NGU.

Det samme inntrykket får man ved å inspisere punktene de to prosesseringene indikerer i Bjørvika (se Figur 4.28). Her er det mulig å finne ansamlinger av punkter der punktene fra Earth View og NGU danner samme mønster, og opplagt representerer samme refleksjonsobjekt, men de

blå punktene fra kjøring 2 i Earth View er tydelig parallellforskjøvet mot sydøst eller øst. Det er imidlertid verdt å merke seg at de røde punktene fra kjøring 1 i Earth View ser ut til å være forskjøvet motsatt vei i forhold til de fra kjøring 2, mot vest.



*Figur 4.26 Oslo sentrum. Punktene fra kjøring 1 og 2 er gitt med hhv. rød og blå, mens punktene fra NGU er plottet med grønn. Utsnittene vises på Figur 4.27 og Figur 4.28*



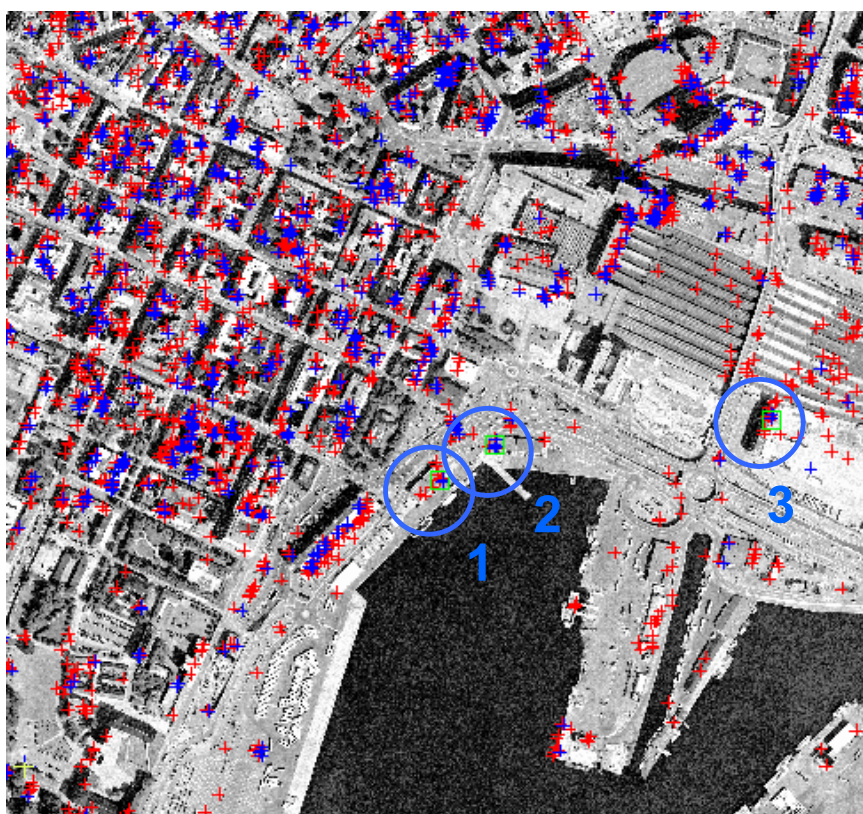
Figur 4.27 Slottet. Både punktene fra NGU (grønn) og EV (blå = Run 2, rød = Run1) indikerer mange stabile reflektorer på taket av Slottet, men punktskyen fra EV ser ut til å være parallellforskjøvet mot øst-sydøst (sorte piler).



Figur 4.28 Bjørvika. Punktene fra NGU (grønn) og EV (blå = Run 2) viser samme mønster, men punktene fra EV er parallellforskjøvet mot øst-sydøst. Punktene fra kjøring Run 1 i EV (rød) ser ut til å være forskjøvet mot vest

#### 4.12.2 Punktvis sammenlikning av nedsynkning

Fire tilfeldige steder hvor EV- og NGU-dataene har tilsynelatende sammenfallende punkter ble valgt ut for punktvis sammenlikning av nedsynkningen. Figur 4.29 viser tre av disse punktene, som ligger innerst i Bjørvika. Det fjerde punktet ligger på et skjær ute i Oslojordene, noen hundre meter fra Aker brygge.



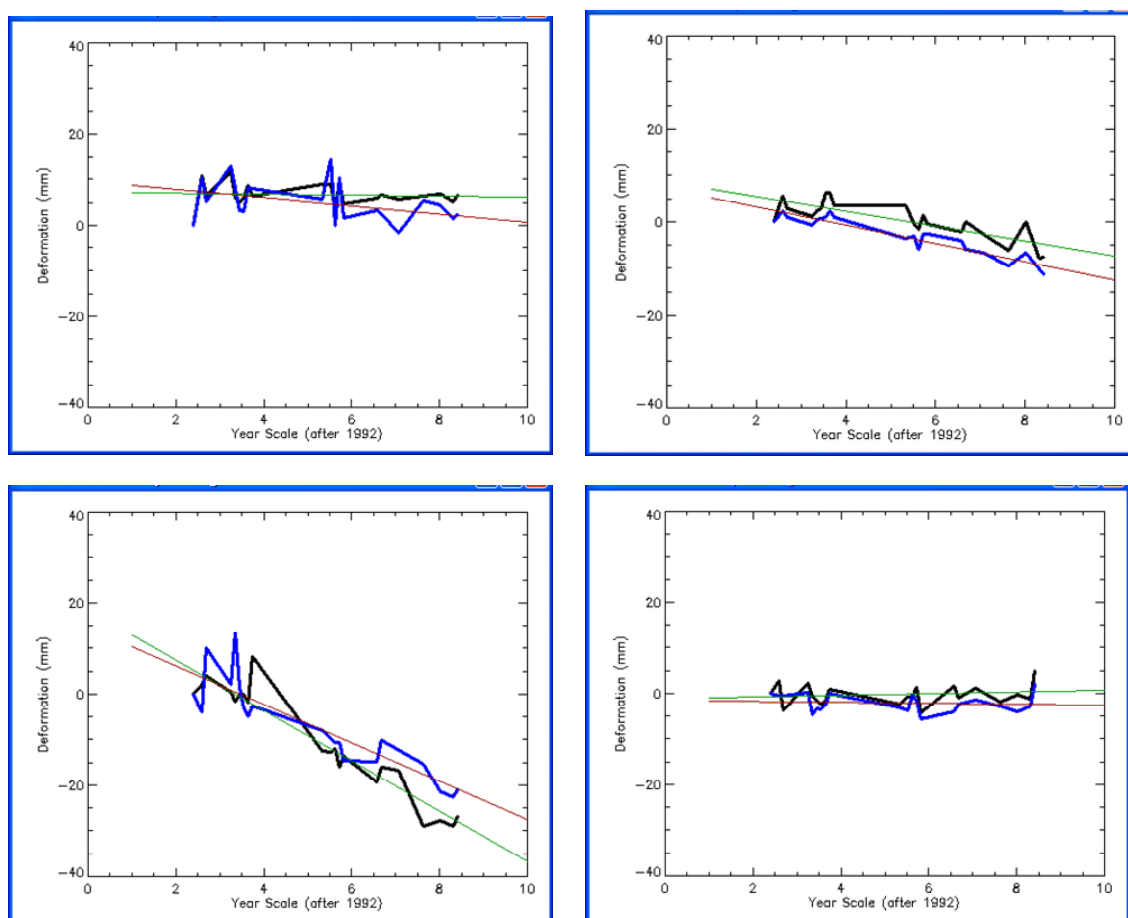
*Figur 4.29 Tre av punktene som er benyttet i den punktvis sammenlikningen av nedsynkningen fra prosesseringene i Earth View og resultatene fra NGU.*

Nedsynkningsgrafene på Figur 4.30 viser mange likheter mellom resultatene fra prosesseringene i Earth View og resultatene til NGU. Siden differansene mellom hver enkelt nedsynkningsmåling akkumuleres mot høyre på grafene, følger de hverandre ikke særlig godt, men selv sent i tidsserien er det mulig å gjenkjenne de samme trendene på de to grafene.

I tillegg er regresjonslinjene til nedsynkningene regnet ut og plottet (se Figur 4.30). Parametrene til disse linjene er satt inn i Tabell 4.7. Disse regresjonene antyder også en viss likhet mellom de to prosesseringene. Dette gjelder særlig for de punktene som lider under nedsynkning, dvs. punkt 2 og 3. Her er forskjellen mellom nedsynkningen som de to metodene gir bare på hhv. 20,98 % og 23,99 %.

Punkt nr.	Avvik i nedsynkn. (NGU fra EV)		Helning		Skjæring	
	mm/yr	%	EV	NGU	EV	NGU
1	0,779961	756,06	-0,103161	-0,883122	7,15455	9,55120
2	0,33836	20,98	-1,61313	-1,95149	8,74330	7,11465
3	-1,32559	23,99	-5,52529	-4,19970	18,4956	14,4814
4	0,312013	168,58	0,185086	-0,126927	-1,22919	-1,42824

Tabell 4.7 Parameterne til regresjonslinjene til nedsynkningsgrafene prosessert av Earth View og NGU.

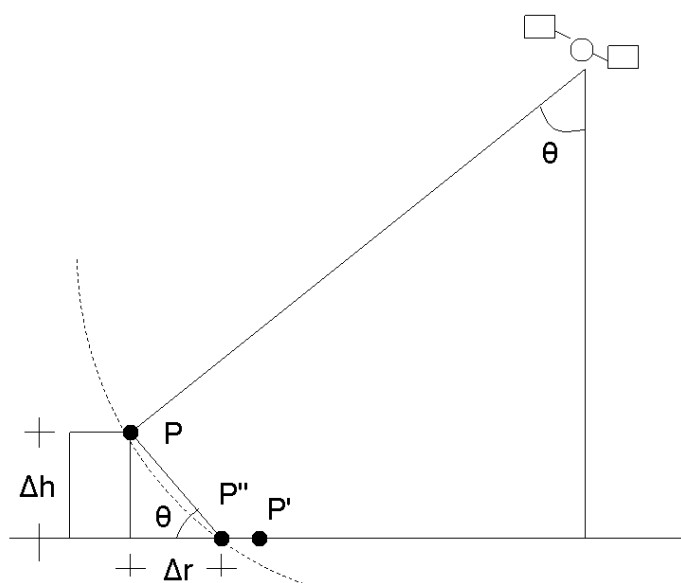


Figur 4.30 Nedsynkningshistorikken fra Earth View (sort) og NGU (blå), samt deres regresjonslinjer (hvh. grønn og rød). Grafene representerer punktene 1 til 4 (se Figur 4.29 og Tabell 4.7) fra oppe til venstre og ned mot høyre.

### 4.12.3 Horisontal forflytning

Den visuelle inspeksjonen viser klart at punktene som returneres av Earth View er forskjøvet i forhold til NGU-punktene. Ved å identifisere like punktformasjoner i de to datasettene, er det til en viss grad mulig å manuelt bestemme hvilke punkter som korresponderer med hverandre. Med dette menes å bestemme hvilke punkter fra de to datasettene som representerer den samme reflektoren og punkt på bakken. På denne måten vil det være mulig å velge ett punkt fra hvert datasett, og sammenlikne nedsynkningshistorikken til disse. Det er imidlertid ønskelig å bruke mer automatiserte metoder i denne sammenlikningen. Derfor er det nødvendig å identifisere årsaken til at de to punktstyene er forflyttet i forhold til hverandre, for så å korrigere denne forflytningen. Det er imidlertid ikke lett å avgjøre hva denne årsaken er, da metodene bak de to prosesseringene er lite dokumentert. Særlig gjelder dette Earth View.

Som et første forsøk ble det antatt at forflytningen var parallell. Et program ble laget for å beregne hvor mange punkter i NGU-settet som hadde et Earth View-punkt innenfor en viss avstand. I utgangspunktet var dette ikke så mange. Dersom en parallellforskyvning er tilfellet, vil en parallell korrigerende av punktstyene fra Earth View føre til at antall punktpar mellom de to datasettene vil øke dramatisk dersom man finner den korrekte forflytningen. Dette ble gjort ved å identifisere liknende punktformasjoner ved visuell inspeksjon, og målinger i framvisningsprogrammet. Etter den inspeksjonen ble punktene fra Earth View parallellforsjøvet tilsvarende, men antall punktpar økte ikke dramatisk. Dessuten viste visuell inspeksjon at denne parallellforskyvningen forbedret matchingen mellom de to datasettene bare i et lokalt område rundt der hvor den visuelle inspeksjonen for å finne forflytningen var utført. Andre steder ble det ingen synlig forbedring, eller i verste fall en forverring.



Figur 4.31 Punktet  $P$  får en forflytning  $\approx \Delta r$  i radargeometrien.

Earth View returnerer en DEM-error til hvert punkt i resultatet. Denne verdien svarer til avviket mellom den faktiske høyden til et refleksjonspunkt, og DEM-høyden ved dette punktet. Dette kan for eksempel representere høyden til en bygning, dersom reflektoren er plassert på toppen av denne bygningen. Visuell inspeksjon kan tyde på at nettopp punkter som ser ut til å være plassert på toppen av bygninger har fått en forskyvning i kikkerretningen til radarbildet i henhold til radargeometrien (se Figur 4.31). Dette betyr at et punkt med en viss høyde over bakken er projisert ned i bildeplanet langs radarsignalbuen, og følgelig plasseres nærmere satellitten enn dets egentlige ortografiske plassering. I dette tilfellet vil en slik forflytning skje mot øst-sydøst, .. siden ERS-1/2-satellittene kikker mot vest-nordvest. SAR-antennen er rettet mot høyre i forhold til satellittenes bevegelsesretning, og de fly i baner som har en inklinasjon på 98,5°. Dataene stammer fra nedadgående bane. Dersom Earth View ikke tar hensyn til denne forflytningen  $\Delta r$ , kan det være en mulig årsak til den forflytningen vi observerer når punktene plottes sammen med NGU-dataene over et ortofoto (se Figur 4.27 og Figur 4.28). Punktene ble derfor flyttet i henhold til verdien DEM-error ( $\Delta h$  på Figur 4.31), ut fra følgende sammenheng:

$$\Delta r = \frac{\Delta h}{\tan(\theta)} \quad (4.12)$$

Ved visuell inspeksjon var det tydelig at dette ikke forbedret plasseringen til punktene fra Earth View og NGU i forhold til hverandre.

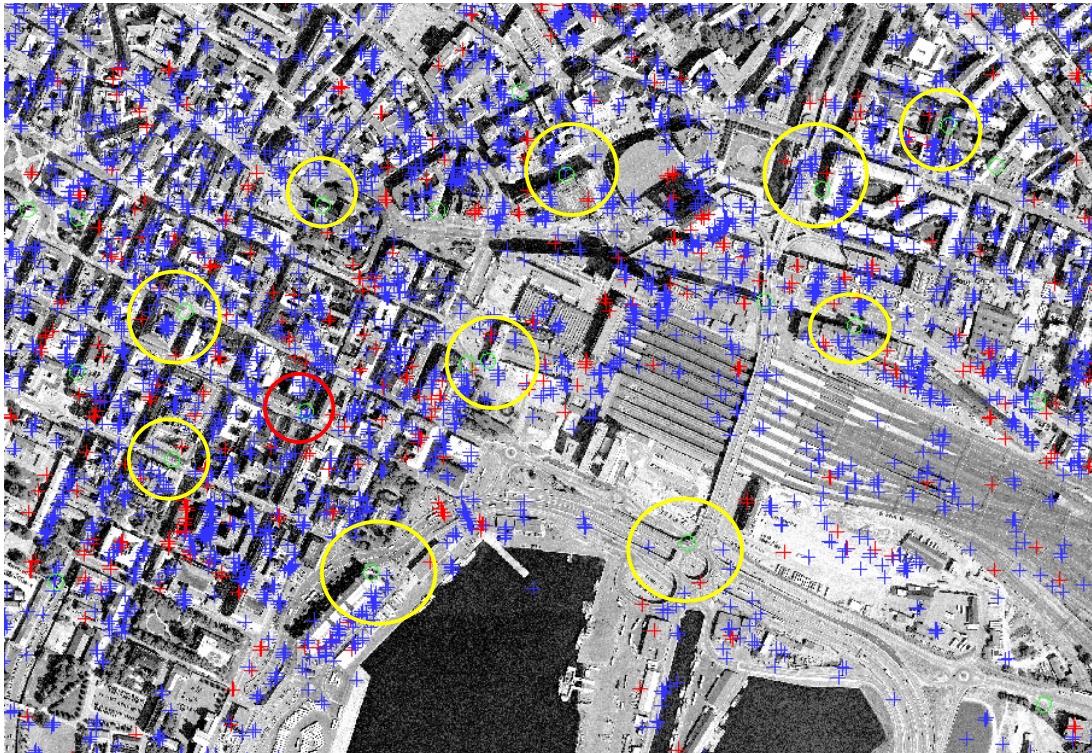
Avslutningsvis ble det på samme måte forsøkt å korrigere for at Earth View muligens ikke tar hensyn til at geoiden ligger 42 meter under WGS84-ellipsen i Oslo-området. Men heller ikke det førte frem.

Disse undersøkelsene klarer ikke å slå fast hva som er årsaken til den horisontale forflytningen mellom punktene til NGU og resultatene fra Earth View. Dette legger begrensninger for automatiske sammenlikninger mellom de to datasettene, i alle fall når det gjelder punktvis undersøkelse. Det er likevel mulig å bestemme visuelt hvilke punkter som korresponderer med hverandre ved å identifisere like punktformasjoner.

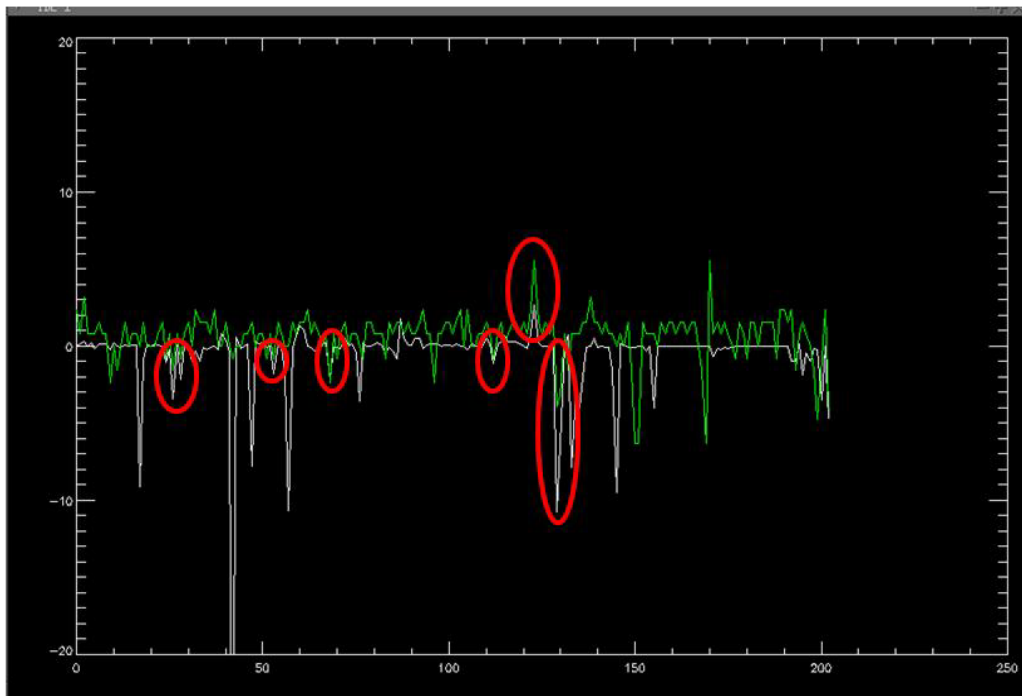
## 4.13 Sammenfall og sammenlikning med bakkemålingspunkter

### 4.13.1 Visuell inspeksjon

Oslo kommune har gjort målinger *in situ* av eventuell nedsynkning ved enkelte punkter. Før en eventuell sammenlikning med disse, er det verdt å vurdere hvorvidt en slik sammenlikning er mulig. Figur 4.32 viser punktene fra Oslo kommune sammen med punktene fra kjøring 1 og 2 i Earth View. Det er i liten grad direkte sammenfall mellom punktene fra de to datasettene. Det ser ut til å være flere meter fra hvert bakkepunkt og til nærmeste PS-punkt. Dette skyldes trolig at målepunktene stort sett er plassert på bakken, mens PS-punkter ofte identifiseres på toppen av bygninger og andre menneskelagde strukturer. Når disse datasettene skal sammenliknes må man derfor konsentrere seg om å se på nedsykningen i et område rundt punktene.



Figur 4.32 Bjørvika. Det er i liten grad direkte sammenfall mellom punktene fra Earth View (blå/rød) og målepunktene til Oslo kommune (grønn). Gule sirkler viser eksempler på dette, mens den røde sirkelen viser et sjeldent eksempel på sammenfall.



Figur 4.33 Punktvis sammenlikning mellom nedsynkingen målt av Oslo kommune (hvit) og Earth View (grønn). Y-aksen viser mm per år.



#### 4.13.2 Punktvis sammenlikning av nedsynkning

Figur 4.33 viser et plot av nedsynkningen til 200 av bakkepunktene til Oslo kommune. Grafen viser den totale nedsynkningen som et resultat av høydemålinger utført i løpet av hele 1900-tallet. Antall målinger varierer mellom de forskjellige punktene, så punktenes verdier er ikke sammenliknbare, men store utslag indikerer uansett punkter med nedsynkning eller eventuelt heving. For hvert bakkepunkt er også nedsynkningen til det nærmeste PS-punktet plottet. Det er ikke alltid samsvar mellom nedsynkningen som er målt med de to metodene, men for noen punkter er det mulig å identifisere den samme trenden. Appendiks B gir en total oversikt over alle de 504 punktene.

Tabell x	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7
Radius (m)	17906	79530	24251	7385	16730	19721	30998
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	2	1	0	1	0	0
2	1	7	1	1	2	1	0
3	1	13	4	1	2	3	0
4	2	21	5	1	4	3	1
5	5	35	8	1	7	3	3
10	14	95	16	8	19	13	21
15	35	177	42	18	39	30	53
20	67	239	67	30	69	54	90
25	94	280	108	49	99	96	121
30	127	306	142	64	127	124	151
35	154	336	182	82	160	157	193
40	191	361	208	98	191	195	225
45	213	378	233	118	213	223	261
50	241	391	262	137	237	247	295
60	277	409	312	177	280	308	340
70	305	425	343	212	330	346	386
80	341	438	368	255	355	379	414
90	369	446	389	288	388	403	433
100	390	453	403	324	405	430	450

Tabell 4.8 Antall bakkepunkter som har nærmeste PS-punkt innenfor en viss radius.

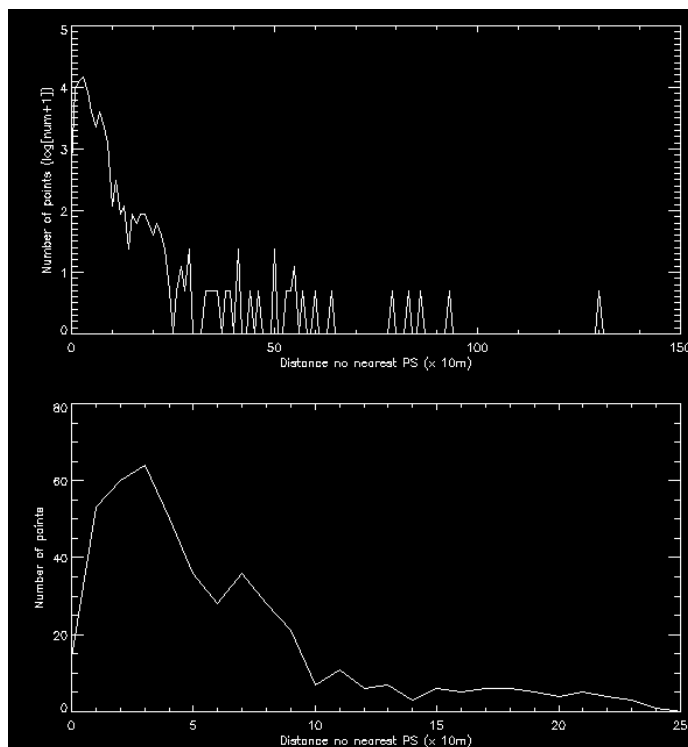
#### 4.13.3 Avstand fra bakkepunktene til nærmeste PS-punkt

Tabell 4.8 viser hvor mange av Oslo kommunes bakkemålingspunkter hvis avstand til nærmeste PS-punkt ligger innenfor en visse radius. Den første kolonnen viser for eksempel at kun 5 av de 502 målepunktene har nærmeste PS-punkt innenfor en radius på 5 meter. 9 av målepunktene har nærmeste PS-punkt innenfor en radius på mellom 5 og 10 meter, så til sammen 14 punkter har nærmeste PS-punkt innenfor 10 meter radius. Hver kolonne i tabellen er altså akkumulative lister. Kun 3 av de 7 PS-prosesseringene gir punkter som ligger innenfor 1 meters radius fra et bakkemålingspunkt.

Figur 4.34 viser et histogram over korteste avstand fra hvert bakkepunkt til nærmeste PS-punkt. Det framgår av dette histogrammet at de aller fleste bakkepunktene har nærmeste PS-punkt innenfor en radius på 100 meter. Ifølge Tabell 4.9 har for eksempel 390 av de 502 bakkepunktene nærmeste PS-punkt fra Run 1 innefor 100 meters radius. Tabell 4.9 framstiller ytterligere data om bakkepunktene nærmeste PS-punkt.

Tabell x	Run 1	Run 2	Run 3	Run 4	Run 5	Run 6	Run 7
Gj. snitt	94,11	54,76	85,95	141,38	66,17	59,29	52,30
Median	52,23	21,26	48,05	78,70	53,01	51,00	43,62
Max.	1306,75	1507,18	1723,64	3038,11	333,84	231,66	299,64
Min.	1,63	0,06	0,63	1,44	10,75	1,63	3,02

Tabell 4.9 Statistiske egenskaper til grafen på Figur 4.34. Dette framstiller hvordan bakkepunktene avstand til nærmeste PS-punkt fordeler seg.

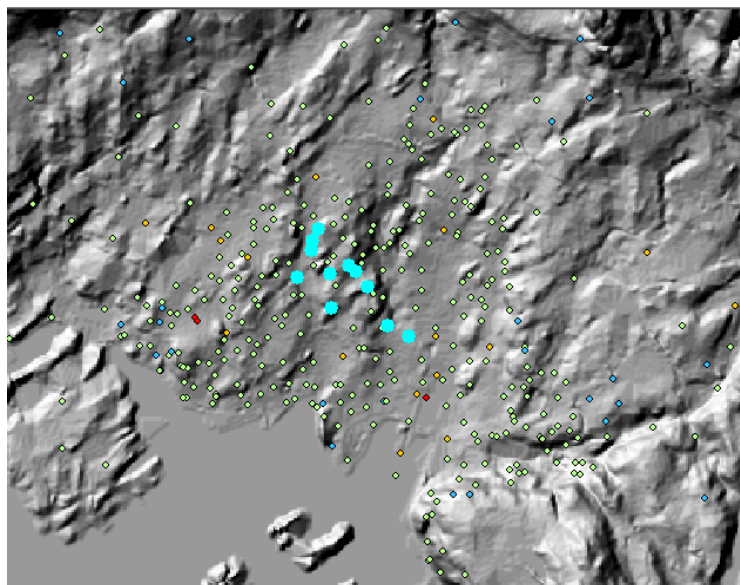


Figur 4.34 Histogram. Avstand til nærmeste PS-punkt fra hvert av de 502 bakkepunktene. Den nederste grafen er et nærbilde av grafen på intervallet 0 – 25.

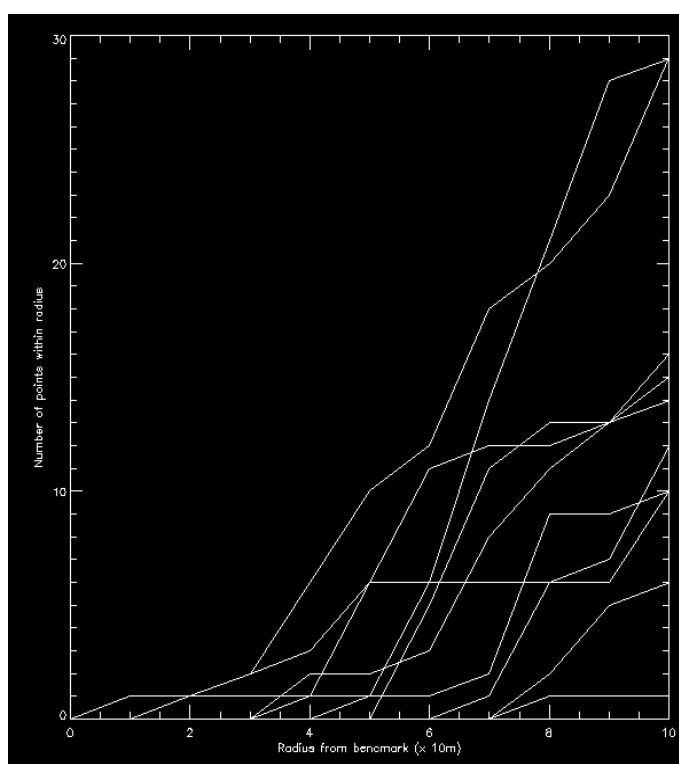
#### 4.13.4 Antall PS-punkter i bakkepunktene omegn

Figur 4.35 viser 11 tilfeldig valgte bakkepunkter som er med i denne analysen. De færreste av disse bakkepunktene har mer enn ett eller to PS-punkter innenfor en radius på 30 meter. Men dersom radiusen øker over 30 meter, øker antall PS-punkter innenfor radiusen raskere (se Figur

4.36). Innenfor en radius på 100 meter, har de fleste av bakkepunktene rundt 10 eller flere PS-punkter.



Figur 4.35 11 tilfeldig valgte bakkepunkter i Oslo sentrum.



Figur 4.36 Antall PS-punkter innenfor en omegn om de 11 bakkepunktene.

Dette og det foregående avsnittet antyder at selv om punktene fra de to metodene ikke har noe direkte geografisk sammenfall, vil det være mulig å gjøre sammenlikninger over små områder. Dersom man for eksempel ser på et område rundt et bakkepunkt med en radius på ca. 50 meter, vil flere av bakkepunktene ha nærmere 10 PS-punkter innefor dette området. De aller fleste bakkepunktene har ett eller flere PS-punkter innenfor en radius på noen titalls meter.

I slike sammenlikninger skal man likevel legge merke til at målingene til Oslo kommune strekker seg over hele 1900-tallet, mens PS-punktene i denne oppgaven stammer fra perioden fra 1992 til 2000. Det er imidlertid vist at nedsynkningen er lineær over hele denne perioden, og det må derfor være mulig å gjøre en viss ekstrahering. Der er likevel å anbefale at Oslo kommune utfører bakkemålinger med noe større hyppighet, og at alle punktene måles samtidig eller innenfor et kortere tidsintervall enn det som har vært gjort tidligere. Det vil forbedre mulighetene for sammenlikninger med satellittdata.

## 5 Superoppløsning

Oppløsningen til et ERS SLC SAR satellittbilde i ground range varierer med noen få meter over sporbredden, og er omtrent 25 m midt i bildet. Dette tilsvarer en oppløsning på 9,7 m i slant range langs siktelinjen til radaren. Det har blitt vist at mange permanente tilbakespredere befinner seg på bygninger og menneskelagde strukturer. Ved en ytterligere forbedring av oppløsningen vil det kunne være mulig å bestemme med enda større sikkerhet hvilke strukturer PS-punktene representerer. Muligens vil det også være mulig å angi hvor på en større bygningsstruktur punktet befinner seg, og på den måten skille flere PS-punkter på samme bygning fra hverandre.

### 5.1 Forbedring av oppløsning

Kapittel 2 *Teori bak SAR-bilder og interferometri* beskriver hvordan oppløsningen i radarbildets azimuth retning avhenger av forholdet mellom flyhøyden og antennelengden. Det er også beskrevet hvordan SAR-teknikken sikrer god oppløsning i azimuth retning, uavhengig av radarens opptakshøyde.

Radarbildets oppløsning i range retning, avhenger verken av flyhøyden eller antennelengden, men derimot av frekvensbåndbredden til radaren. Oppløsningen blir bedre med økende båndbredde. To SAR-bilder som er tatt av det samme området på bakken, men fra litt forskjellige opptakspunkt, vil registrere forskjellige bånd av frekvensspekteret til bakkens refleksivitet. Dette innebærer det ene frekvensbåndet vil være forskjøvet i forhold til det andre. Dersom den romlige baselinjene mellom opptakene ikke er for stor, vil disse frekvensbåndene overlappes hverandre. De to SAR-bildene vil da kunne legges sammen til et nytt bilde. Det nye bildet vil da ha en båndbredde som er unionen av båndbredden til de to inputbildene. Dersom frekvensbåndene til de to inputbildene ikke overlapper fullstendig, vil frekvensbåndet til det nye bildet være breiere enn for de to, og dermed vil oppløsningen bli bedre. Denne teknikken kan brukes til å oppnå en bedre oppløsning i range retning, og er ofte kalt for *superresolution*. I denne oppgaven brukes den norske betegnelsen *superoppløsning*.

Den teoretiske oppløsningen på bakken i et SAR-bilde, kan ifølge [Guillaso et. el., 2005] uttrykkes som dette:

$$\Delta r_{gr\_old} = \frac{c}{2W \sin(\theta_{look} - \alpha)} \quad (5.1)$$

Båndbredden er en funksjon av chirp-stigningen til radarsignalet og varigheten til hver radarpuls ( $t_r$ ) [Cumming og Wong, 2005]:

$$W = |2\varphi_c t_r| \quad (5.2)$$

Oppløsningen forbedres med økende båndbredde, og et tillegg  $\Delta f$  i båndbredden gir følgende oppløsning:

$$\Delta r_{gr\_new} = \frac{c}{2(W + \Delta f) \sin(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} \quad (5.3)$$

Ved å kombinere to radarsignaler som har båndbredde  $W$  og et relativt skift  $\Delta f$  mellom hverandres spektrale, er det mulig å oppnå et nytt signal hvor spekteret dekker det kombinerte frekvensområdet til de to inngangssignalene. Båndbredden til dette nye signalet blir da  $W + \Delta f$ . De to inngangssignalene må være tatt opp i samme interferometriske modus og fra det samme område på bakken. Den romlige baselinje mellom opptakspunktene er med å bestemme det relative spektralskiftet:

$$\Delta f = \frac{f_0 \Delta \theta}{\tan(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} = \frac{c B_{\perp}}{R_0 \lambda \tan(\theta_{look} - \alpha_{Topo})} \quad (5.4)$$

La oss så se på hvilken forbedring av oppløsningen det er mulig å oppnå. Jeg velger å oppgi denne forbedringen som følgende forhold:

$$\kappa = \frac{\Delta r_{gr\_old} - \Delta r_{gr\_new}}{\Delta r_{gr\_old}} \quad (5.5)$$

Omskrevet med hensyn på den nye oppløsningen, gir et uttrykk for denne oppløsningen som en funksjon av den originale oppløsningen og forbedringsfaktoren:

$$\Delta r_{gr\_new} = \Delta r_{gr\_old} - \Delta r_{gr\_old} \kappa \quad (5.6)$$

Forbedringsfaktoren er altså en mål på hvor mye bredden til den originale oppløsningen reduseres. Dvs. at den øker med økende forbedring av oppløsning, og får for eksempel verdien 0,5 når den nye oppløsningen er dobbelt så god som den originale. Ved å kombinere likningene (5.1), (5.3) og (5.5), framkommer det et uttrykk for forbedringsfaktoren  $\kappa$  som kun inneholder båndbredden til inngangssignalene og spektralskiftet mellom dem:

$$\kappa = 1 - \frac{W}{W + \Delta f} \quad (5.7)$$

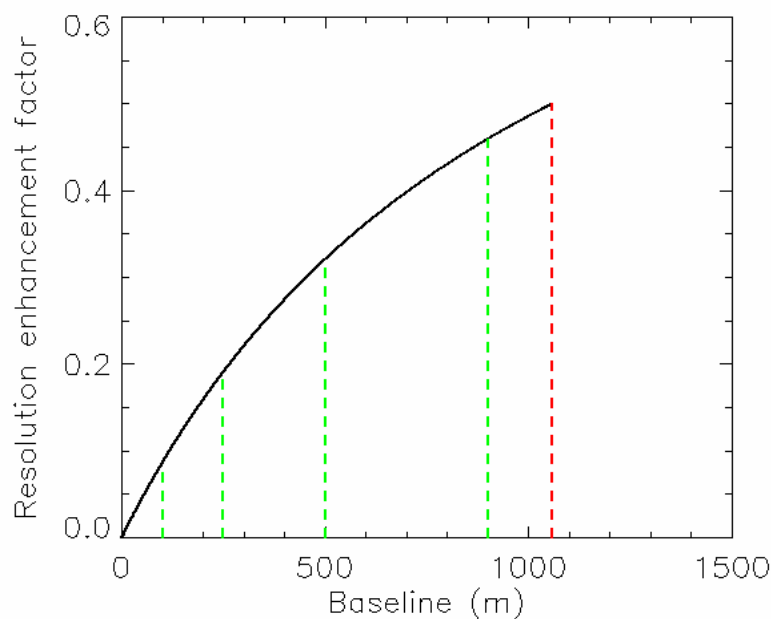
Så settes uttrykket for  $\Delta f$  inn, slik det er gitt med likning (5.4). Dermed gis forbedringsfaktoren som en funksjon av baselinjen mellom opptakspunktene til de to inngangssignalene:

$$\kappa = 1 - \frac{W}{W + \frac{c B_{\perp}}{R_0 \lambda \tan(\theta_{look} - \alpha)}} \quad (5.8)$$

I dette forsøket tas det ikke hensyn til topografien. Dette er mulig siden det kun er et punktmål som er gjenstand for analysene, og det antas at det befinner seg i et tilnærmet flatt landskap. Derfor kan topografiens helning  $\alpha$  ekskluderes fra likning (5.8), og det gir følgende endelige uttrykk for forbedringsfaktoren:

$$\kappa = 1 - \frac{W}{W + \frac{cB_{\perp}}{R_0 \lambda \tan(\theta_{look})}} \quad (5.9)$$

Denne faktoren er naturligvis lik 0 når det ikke er noen romlig baselinje mellom de to opptakspunktene (dvs.  $B_{\perp} = 0$ ). Videre øker den med økende baselinje, og konvergerer mot 1. Det gir imidlertid ingen mening å snakke om en forbedringsfaktor på 1, siden det ville bety en ny oppløsning på 0 meter. Videre begrenses baselinjen ytterligere av den kritiske baselinjen. Denne begrensningen har sitt opphav i kravet om overlappende spektra for de to inngangssignalene (se avsnitt 2.11 *Kritisk baselinje*), dvs.  $\Delta f \prec W$ . Hvis denne grensen ( $\Delta f = W$ ) settes inn i likning (5.9), blir grenseverdien for forbedringsfaktoren  $\kappa$  0,5. Figur 5.1 gir en grafisk framstilling av funksjonen til forbedringsfaktoren gitt parametrene i denne oppgaven ( $R_0 = 856,621$  km,  $\lambda = 5,666$  cm,  $\theta_{look} = 20,793730^\circ$  og  $W = 15,5$  MHz). Tabell 5.1 viser den teoretiske forbedringsfaktoren for de baselinjene som er med i forsøkene i denne oppgaven.



Figur 5.1 Funksjonen til forbedringsfaktoren for ERS superoppløsning. De grønne linjene markerer baselinjene i Tabell 5.1, og den røde linjen markerer den kritiske baselinjen.

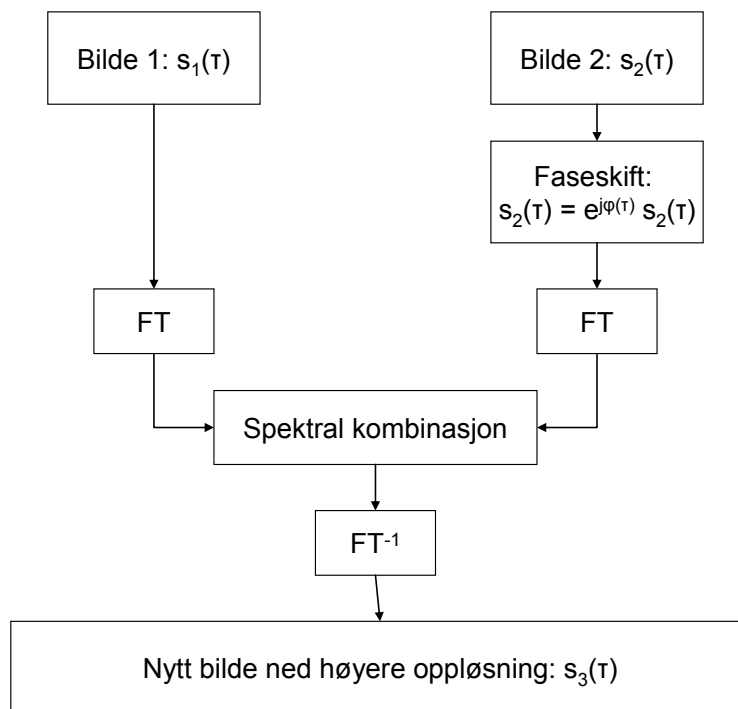
Baselinje	100 m	250 m	500 m	900 m	Kritisk baselinje: 1026 m
Forbedringsfaktor	8,64 %	19,13 %	32,11 %	45,99 %	≈50 %

Tabell 5.1 Forbedringsfaktoren for noen utvalgte baselinjer, gitt parametrene i denne oppgaven.

## 5.2 Algoritme

Et høyoppløselig SAR bilde dannes ved å legge sammen spektrene til to SAR bildene tatt fra litt ulike punkt. Det brukes ofte interferometrisk repeat-pass opptaksgeometri. Disse to bildene inneholder litt ulike deler av spekteret til bakkens refleksivitet (impulsrespons). Ved å legge disse frekvensbåndene sammen, dannes et tredje bilde med et frekvensspekter og en frekvensbåndbredde tilsvarende kombinasjonen av de to inputbildene. Det nye frekvensbåndet dekker både de områdene som de to inputbildene har til felles, samt de to områdene som de dekker hver for seg [Prati og Rocca, 1993], [Guillaso et. el., 2005]. Selve algoritmen kan oppsummeres som følgende (se flytdiagram Figur 5.2):

1. Gi det ene bildet et faseskift  $\phi$ , slik at de to bildene blir fasekoherente.
2. Fourier-transformer de to inputbildene, hvorav det ene er faseskiftet.
3. Summer de to Fourier-transformasjonene (frekvensspektrene).
4. Invers-Fourier-transformer denne summen.



Figur 5.2 Algoritme for superoppløsning i range retning.

## 5.3 Faseskift og relativt spektralskift

### 5.3.1 Interferometrisk fase og spektralskift

Den interferometriske fasen er differansen mellom radarsignalet i master- og slavebildet (se avsnitt 2.4 *Interferometrisk fase*). Denne differansen oppstår når opptaksbetingelsene for de to



bildene divergerer. Disse betingelsene kan deles opp i to hovedkategorier; støy og geometriske effekter.

Støy er betingelser som påvirker hvordan radarsignalet propagerer og registreres, for eksempel atmosfæriske forhold og støy i apparaturen som sender ut og registrerer signalet. Disse effektene er det vanskelig å beregne. De geometriske effektene er derimot lettere å håndtere. De skyldes optaksgeometrien og satellittens posisjon ved opptakstidspunktet, og eventuelt om objektet har endret posisjon mellom opptakene.

Det er de geometriske effekter som har potensialet til å forbedre oppløsningen til radarbildet. De avhenger av baselinjen mellom opptakspunktene, og medfører at radaren registrerer ulike deler av refleksiviteten til bakken, og følgelig gir det en faseforskjell. I avsnitt 2.9 *Bølgenummer og spektralskift* er det beskrevet hvordan baselinjen fører til et skift av radarsignalets frekvensspekter. I denne oppgaven konsentreres om flat jord-komponenten av den interferometriske fasen. Testområdet antas å være flatt nok til at bidraget fra topografien ikke er betydelig.

### 5.3.2 Implementering av faseskift

Det er oppløsningen i range retning som skal forbedres, og hver pikselrad i range retning behandles separat som metodens inngangssignal. Frekvensspekteret til dette signalet framkommer ved Fourier-transformasjon, og blir angitt individuelt for hvert signal på det samme pikseldomene som tidssignalet, sentrert om verdien  $\pi$ . Det relative frekvensskiftet må derfor implementeres før spektrene til master- og slavesignalet kan kombineres. Dette gjøres ved å faseforskyve slavesignalet med flat jord-fasen i tidsdomenet, før signalene Fourier-transformeres.

En slikt faseskift i tidsdomenet, er analogt til et spekterskift i frekvensdomenet. Etter at slavesignalet er faseskiftet med flat jord-fasen i tidsdomenet, er spekteret skiftet tilsvarende i frekvensdomenet. Årsaken til at faseskiftet implementeres før Fourier-transformasjonen er for det første at dette skiftet varierer i range retning, samt at skiftene ikke kan angis i hele piksler. Det gir derfor liten mening å utføre et spekterskift i frekvensdomenet, på den diskret oppdelte pikselaksen (frekvensaksen). Av den grunn utføres skiftet heller ved å gi et faseskift til hver komplekse pikselverdi i inngangssignalet.

Flat jord-fasen er beregnet for hvert piksel i inngangsbildene med en ellipsoidisk jordmodell (WGS 84).

## 5.4 Teknisk implementering

Algoritmen som er presentert i avsnittet 5.2 *Algoritme* ble implementert med programmeringsspråket IDL. Figur 5.8 viser et fullstendig flytdiagram over operasjonen som er implementert, mens Appendiks C viser et flytdiagram over metodene slik de er navngitt i programmet.

### 5.4.1 Teoretisk båndbredde og frekvensspekterets ytterpunkt

Et komplekst SAR-bilde leses inn, og en pikselrad som inneholder et punktmål velges ut. Det er oppløsningen til dette punktmålet i SAR-bildet som skal forbedres.

Pikselraden med en gitt lengde ( $nr$ , piksler) er inngangssignalet til superoppløsningsalgoritmen. Dette signalet Fourier-transformeres, og spekteret gis som en funksjon av frekvens (rad/sek), definert på samme pikselakse som inngangssignalet.. Båndbredden til frekvensspekteret er gitt ved parametrene chirp-stigningen ( $\varphi_{cp}$ ) og chirp-lengden ( $t_{cp}$ ) til radarsignalet.

$$W_{ra} = |2\varphi_{cp}t_{cp}| \quad (5.10)$$

Båndbredden er gitt i Hz, men regnes om til piksler ved å dividere på radarens samplingsfrekvens, dvs. lengden til frekvensaksen som spekteret er gitt ved, og så multiplisere med antall piksler langs denne aksene (piksellengden til spekteret).

$$W_{ra\_pix} = \text{fix}\left(\frac{nr}{f_s} W_{ra}\right) \quad (5.11)$$

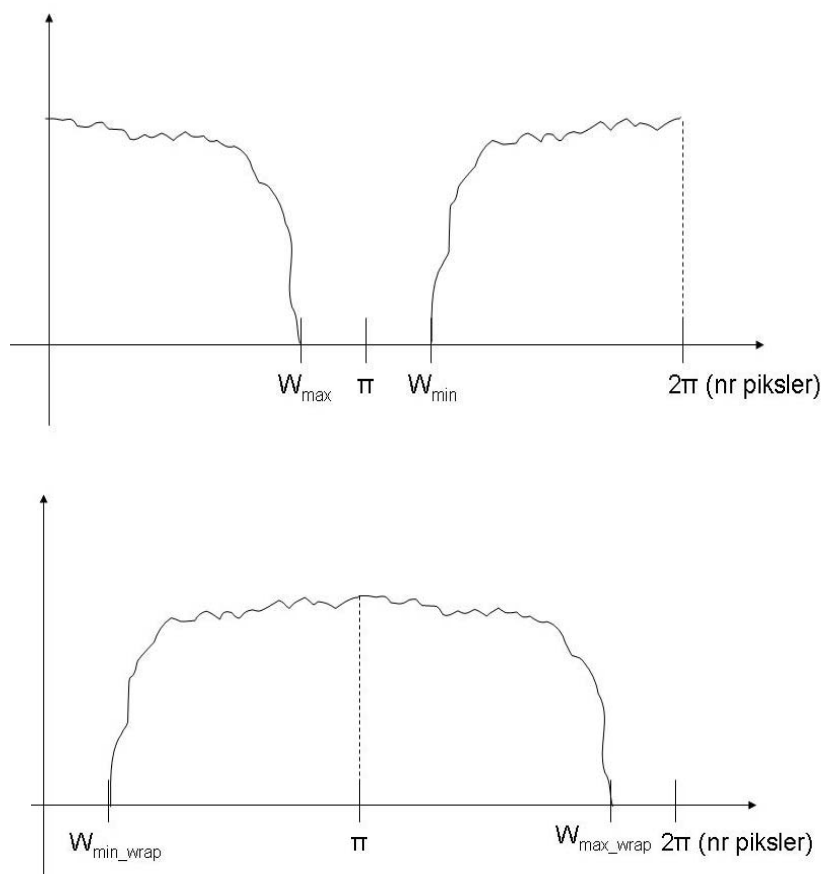
Her betyr  $\text{fix}$  at desimalene kuttet, siden antall piksel må gis som heltall, og  $f_s$  er samplingsfrekvensen.

Frekvensspekteret med denne bredden avbildes med 0 som sentralfrekvens, og wrappes inn på intervallet  $[0, f_s]$  Hz, eller ekvivalent  $[0, nr]$  piksler. Det er imidlertid vanlig å fremstille dette frekvensbåndet skiftet  $nr/2$  piksler til høyre, slik at hele båndet vises sammenhengende innenfor intervallet  $[0, nr]$  piksler (se Figur 5.3). Posisjonene til minimumsgrensen og maksimumsgrensen til frekvensbåndet regnes enkelt ut.

$$W_{\max\_wrap} = \text{fix}\left(\frac{W_{ra\_pix}}{2} + 1\right) + \text{fix}\left(\frac{nr}{2}\right) \quad (5.12)$$

$$W_{\min\_wrap} = \text{fix}\left(nr - \frac{W_{ra\_pix}}{2} + 1\right) - \text{fix}\left(\frac{nr}{2}\right) \quad (5.13)$$

Den siste termen i begge uttrykkene er lagt til for å wrappe frekvensbåndet inn på intervallet  $[0, nr]$  piksler. De virkelige grensene  $W_{\max}$  og  $W_{\min}$  er gitt uten disse termene.

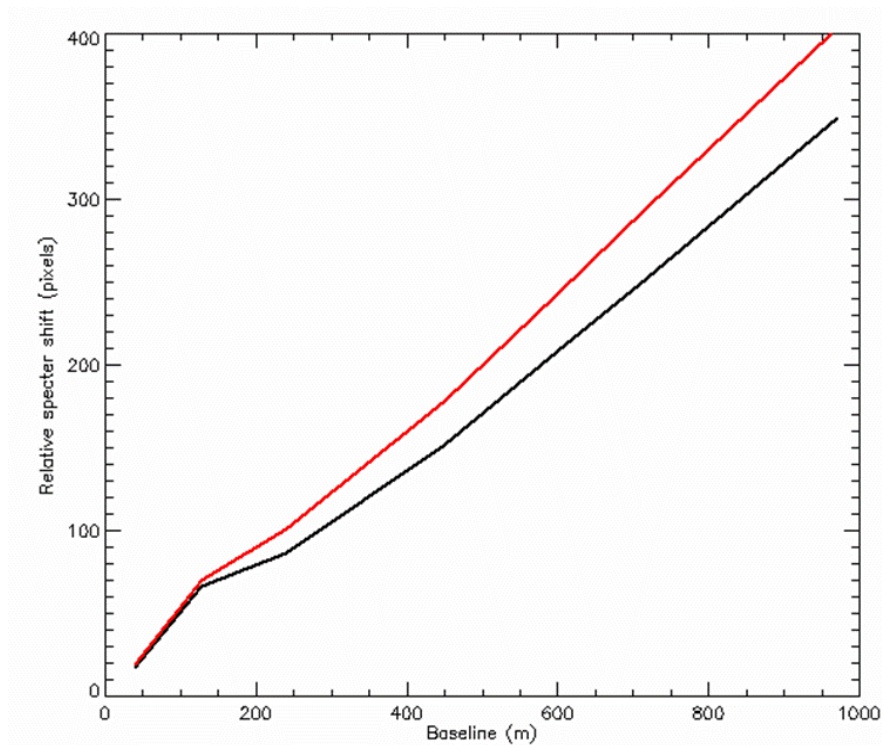


Figur 5.3 Frekvensspekter med minimums- og maksimumsposisjon. Nederst: Frekvensspekteret er skiftet  $nr/2$  piksler til høyre for å kunne avbildes sammenhengende på intervallet  $[0, nr]$  piksler.

#### 5.4.2 Empirisk deteksjon av frekvensspekter

Det forrige avsnittet beskriver hvordan den teoretiske båndbredden og intervallet til et frekvensspekter kan regnes ut på bakgrunn av signalparametre. Gitt likning (5.4) som uttrykker det relative frekvensskiftet, er dette tilstrekkelig til å bestemme plasseringen til det gyldige frekvensbåndet til både mastersignalet og det skiftede slavesignalet. Men det ble bestemt at frekvensspekteret ikke skulle bestemmes teoretisk, men detekteres empirisk. Det relative faseskiftet er likevel beregnet for å sammenlikne med det empiriske resultatet. Figur 5.4 viser et plot av disse, og forskjellen er ikke stor. Dette skyldes blant annet at signalene som er brukt i denne oppgaven hadde så tydelige frekvensspektra at det var mulig å gjøre en presis empirisk deteksjon.

Avgjørelsen om å ikke bruke det teoretiske frekvensskiftet selv om det likevel ble beregnet, er i hovedsak basert på et behov for å kontrollere alle steg i prosessen. De forskjellige manipuleringene av inngangssignalet og det tilhørende frekvensspekteret ble implementert en etter en, men det var hele tiden nødvendig å selekere den riktige delen av spekteret. For å unngå konflikter mellom det teoretiske frekvensskiftet og de manipuleringene som til enhver tid var implementert, ble det valgt å bruke empirisk deteksjon.



Figur 5.4 Relativt spekterskift. Teoretisk spekterskift basert på baselinjen mellom master- og slaveopptaket (rød), og ved empirisk deteksjon av frekvensspektrene (sort). Grafene er plottet for baselinjene i denne oppgaven (se Tabell 3.1).

Den empiriske deteksjonen av frekvensspekteret gjøres ved å teste hvor magnituden er over eller under en fastsatt grense. For et empirisk signal oscillerer magnituden slik at den ved noen frekvenser innenfor det gyldige frekvensbåndet tar verdier som ligger lavere enn ved frekvenser på utsiden. Det er derfor ikke tilstrekkelig å bestemme det gyldige frekvensbåndet på bakgrunn av enkeltverdier, og det har derfor blitt benyttet midling for å bestemme hvor magnituden er lav over et større område. Dette vil i så fall være utenfor det gyldige frekvensbåndet. Algoritmen løper fra piksel nummer 0 og oppover, og definerer hvert piksel  $p_i$  til å ligge innenfor det gyldige frekvensbåndet så lenge følgende er tilfelle:

$$\frac{1}{k} \sum_i^{i+k} |S(p_i)| \geq |S_{\min}| \quad (5.14)$$

Deretter defineres hvert piksel til å være utenfor det gyldige frekvensbåndet så lenge følgende gjelder:

$$\frac{1}{k} \sum_i^{i+k} |S(p_i)| \leq |S_{\max}| \quad (5.15)$$

Verdien til størrelsene  $k$ ,  $S_{\min}$  og  $S_{\max}$  bestemmes empirisk, og gir et sammenhengende intervall for frekvensspekteret. I en tidlig fase av forsøkene krevde dette en del visuell inspeksjon. Konstantene  $k$ ,  $S_{\min}$  og  $S_{\max}$  har blitt justert i forhold til dette, og ble til slutt robuste overfor ulike inngangssignaler.

#### 5.4.3 Hamming-vindu og Shannon interpolering.

ERS satellittbildene er SAR-prosessert med Hamming-vindu for å redusere effekten av sideløber for sterke punktmål. Dette er vanlig i de fleste algoritmer for SAR-posessering. Effekten av dette Hamming-vinduet fjernes før den spektrale kombinasjonen. Utenfor det spektrale båndet settes alle verdier til å være lik null, og innenfor anvendes følgende anti-Hamming-filter [Franceschetti og Lanari, 1999]:

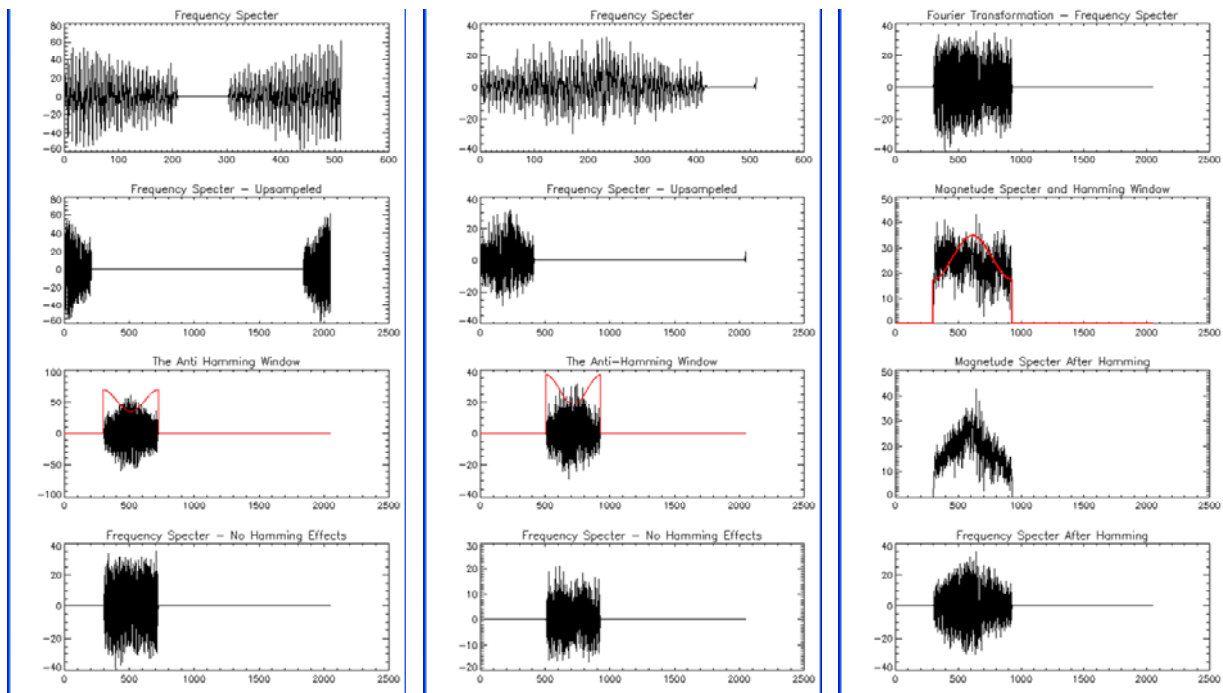
$$H_a(f) = (1 - H_0) \cos\left(\frac{2\pi \cdot f}{W}\right) + H_0 \quad (5.16)$$

Hvor  $H_0$  er en skaleringsfaktor, som i dette tilfellet er lik 0,75.

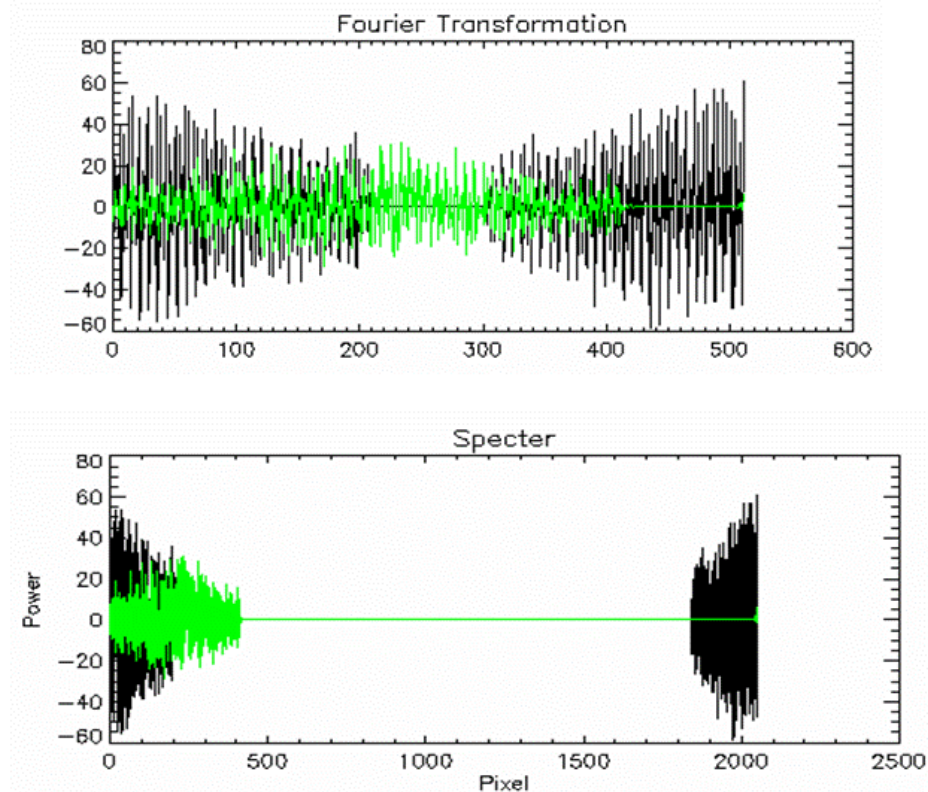
Etter den spektrale kombinasjonen blir det på nytt satt et Hamming-vindu på resultatsignalet vha. følgende Hamming-filter:

$$H(f) = (1 - H_0) \sin\left(\frac{2\pi \cdot f}{W} - \frac{\pi}{2}\right) + H_0 \quad (5.17)$$

Figur 5.5 viser stegene i denne prosessen, inkludert upsamlingen av spektrene ved hjelp av Shannon interpolering. Upsampling er nødvendig for å kunne legge sammen spektrene uten aliasing (se Figur 5.6). Før upsamplingen overlapper de to spektrene hverandre i begge ender, og dekker således hele frekvensdomenet. Dette er selvsagt ikke tilfellet, men kun et resultat av hvordan de plottes. Ved upsampling unngår man denne aliasingen, og spektrene overlapper korrekt bare på ett intervall. I tillegg er det nødvendig å upsample for å kunne registrere en eventuell forbedring av oppløsningen. Dvs. at vi må ha flere målepunkter for å kunne registrere at hovedloben som representerer et punktmål, faktisk blir smalere. I eksempelet på Figur 5.5 og Figur 5.6 kombineres to ERS-1 SAR-bilder med en baselinje på 449 m.



Figur 5.5 Venstre og midten (hvh. master og slave), ovenfra og ned: frekvensspekter, upsampel, skiftet spekter og anti-Hamming-filter, og spekter u/Hamming. Høyre (superoppl.) ovenfra og ned: kombinert spekter, kombinert magnitudespekter og Hamming-filter, magnitudespekter med Hamming, og frekvensspekter med Hamming.

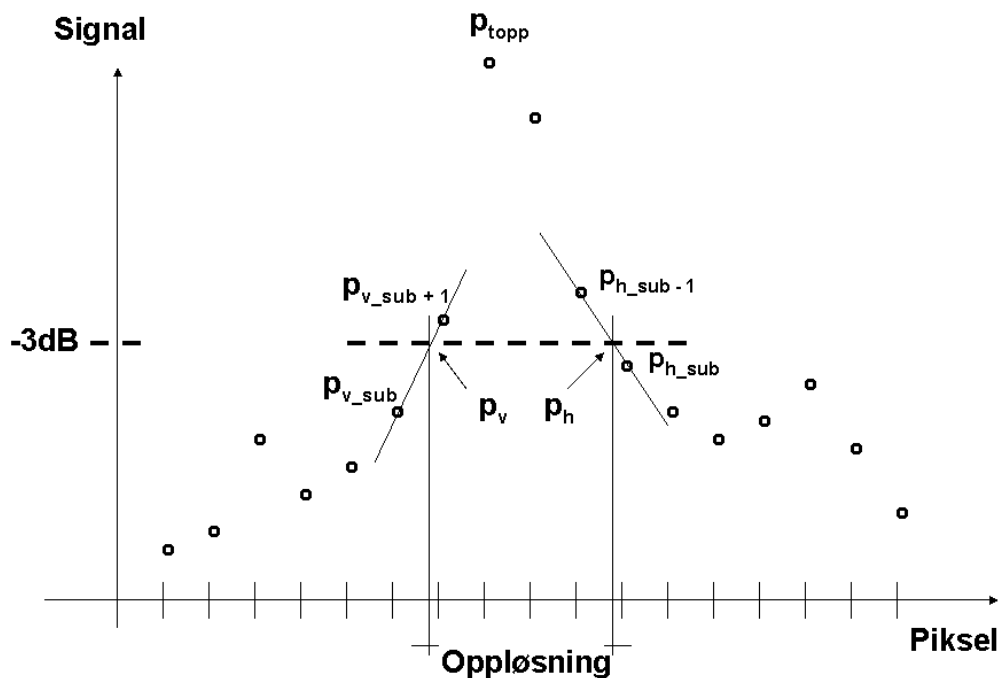


Figur 5.6 Upsampling med en faktor 4 for å unngå aliasing mellom de to spektrene.

#### 5.4.4 Beregning av oppløsning

Oppløsningen til punktmålet måles flere ganger i prosessen; etter innlesning av master- og slavesignalet, etter upsampling, og naturligvis etter at inngangssignalene er lagt sammen til et kombinert signal. Oppløsningen er definert som bredden til hovedloben som representerer punktmålet. Målingen gjøres ved -3dB av styrken til lobens toppunkt [Cumming og Wong, 2005].

Punktmålet lokaliseres ved å finne det piksel ( $p_{\text{topp}}$ ) som har størst verdi i inngangssignalet, gitt at punktmålet som skal undersøkes er den høyeste verdien langs denne pikselraden. Deretter lokaliseres det første pikselet  $p_{v\_sub}$  mot venstre med verdi under -3dB av verdien til toppunktet. Dette pikselet og pikselet til høyre ( $p_{v\_sub+1}$ ), ligger hhv. under og over verdien -3dB, og mellom disse to ligger punktet  $p_v$  som har verdien -3dB. Dette punktet ligger mellom to pikselverdier, og beregnes ved lineær interpolasjon mellom pikslene  $p_{v\_sub}$  og  $p_{v\_sub+1}$ . Den samme prosedyren benyttes for å finne punktet  $p_h$  til høyre for hovedloben som har verdien -3dB. Punktene  $p_v$  og  $p_h$  er nå plassert på subpiksel nivå, og differansen mellom disse pikselverdiene angir oppløsningen til hovedloben til punktmålet (se Figur 5.7).



Figur 5.7 De blå sirklene viser inngangssignalet ved et punktmål med toppunkt  $p_{\text{topp}}$ . Den rød linjen markerer nivået for -3dB, og skjæringen med de sorte interpolasjonslinjene angir oppløsningen til punktmålet.

#### 5.4.5 Spektral kombinasjon

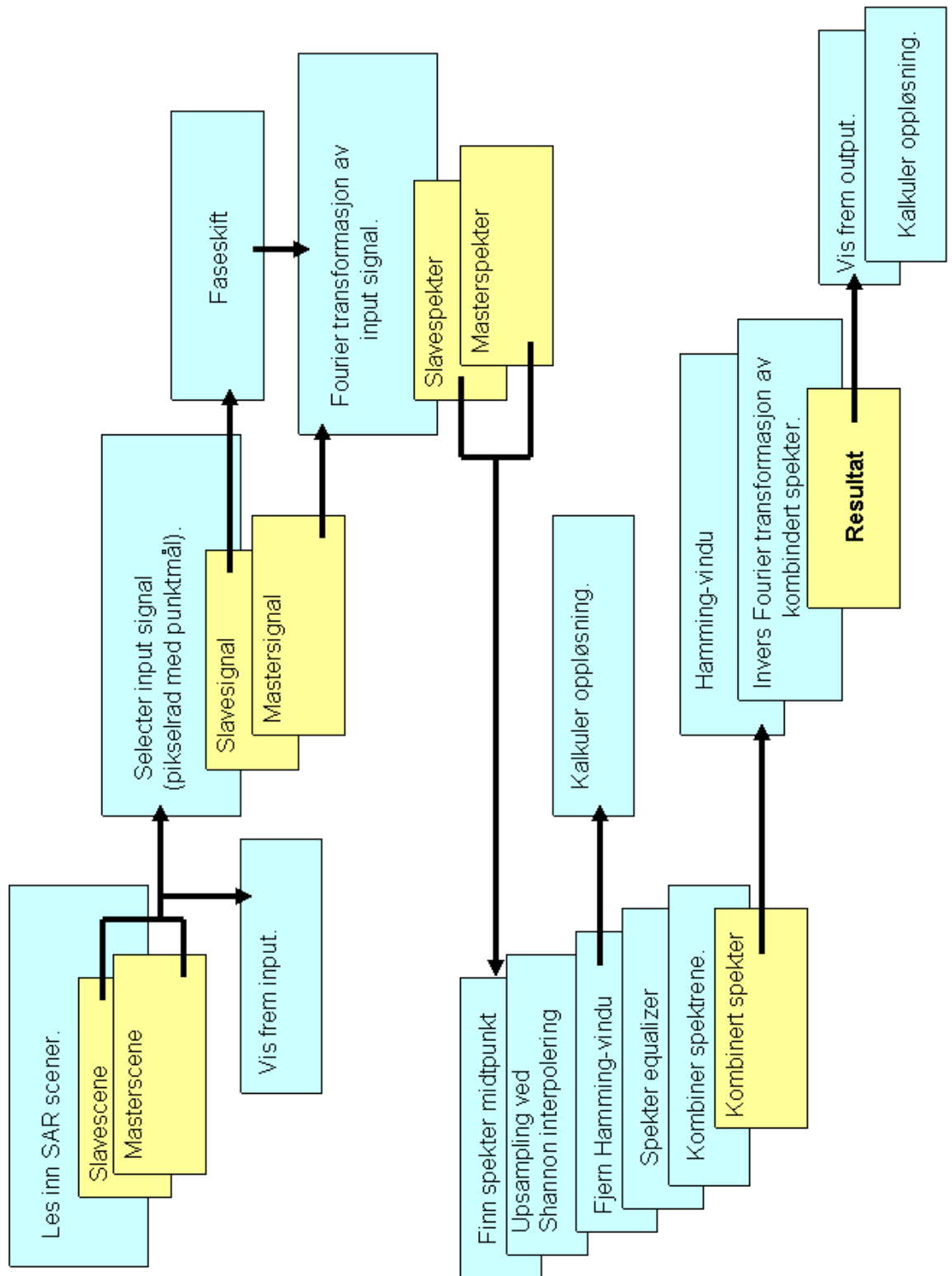
Den spektrale kombinasjonen av de to inngangsspektrene skjer ved å dele den nye båndbredden på midten og la de to inngangsspektrene utgjøre hver sin halvdel av det nye spekteret [Pasquali, 2007]. Den høyre halvdel av det nye spekteret utgjøres av spekteret til det ene inngangssignalet, det vil si den delen av dette spekteret som ligger til venstre for midten av den kombinerte båndbredden. Det samme gjelder for den andre halvdel og det andre inngangsspekteret. Gitt et slavesignal som er skiftet  $\Delta f$  til høyre for masteren, dvs. et positivt skift, er resultatspekteret gitt som dette:

$$S_{res}(f) = \begin{cases} 0 & \text{for } f \in [0, f_{master, \min}) \\ S_{master}(f) & \text{for } f \in [f_{master, \min}, f_{mid}) \\ k \cdot S_{slave}(f) & \text{for } f \in (f_{mid}, f_{slave, \max}] \\ 0 & \text{for } f \in (f_{slave, \max}, 2\pi] \end{cases} \quad (4.18)$$

Her er  $k$  en skaleringsfaktor som kompenserer for en eventuell styrkeforskjell mellom de to inngangssignalene. Den øker eller senker styrken til slavespekteret slik at det får samme styrke som masterspekteret:

$$k = \frac{|S_{master}(f)|}{|S_{slave}(f)|} \quad (4.19)$$





Figur 5.8 Operasjonene i superoppløsningsalgoritmen.

## 5.5 Resultat

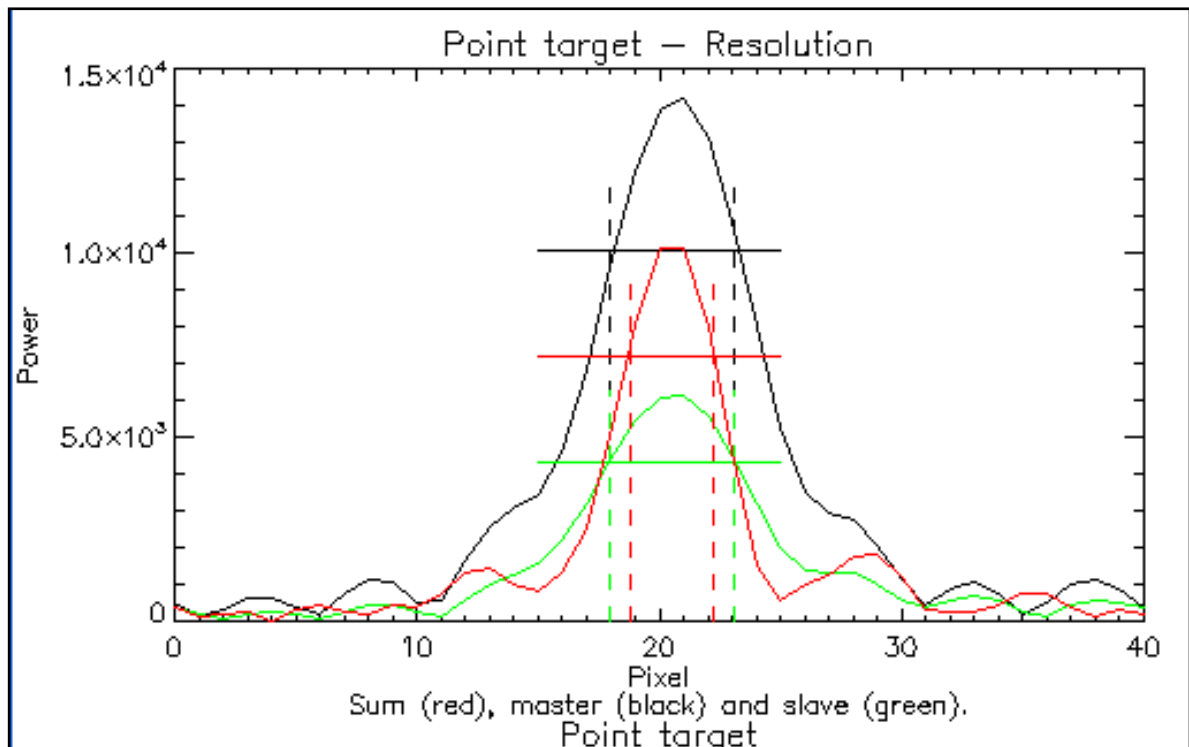
### 5.5.1 Signal

Spektral kombinasjon i range retning av to SAR-bilder gir et nytt bilde. Et punktmål vil ha bedre oppløsning i denne retningen i det nye bildet. Tabell 5.2 gir en oversikt over resultatene fra denne prosedyren, utført på bildepar med forskjellige baselinjer. Det samme masterbildet er brukt i alle forsøkene, og dette er kombinert spektralt med forskjellige slavebilder. I masterbildet hadde punktmålet en oppløsning på 5,116 piksler, og i slavebildene varierte oppløsningen på intervallet [5.103, 5,932] piksler. I resultatbildet var oppløsningen på intervallet [2.674, 5.205] piksler, og oppløsningen blir bedre med økende baselinje mellom master- og slavebildet. Det betyr at punktmålet framstår som smalere i resultatbildet dersom baselinjen mellom master og slave økes.

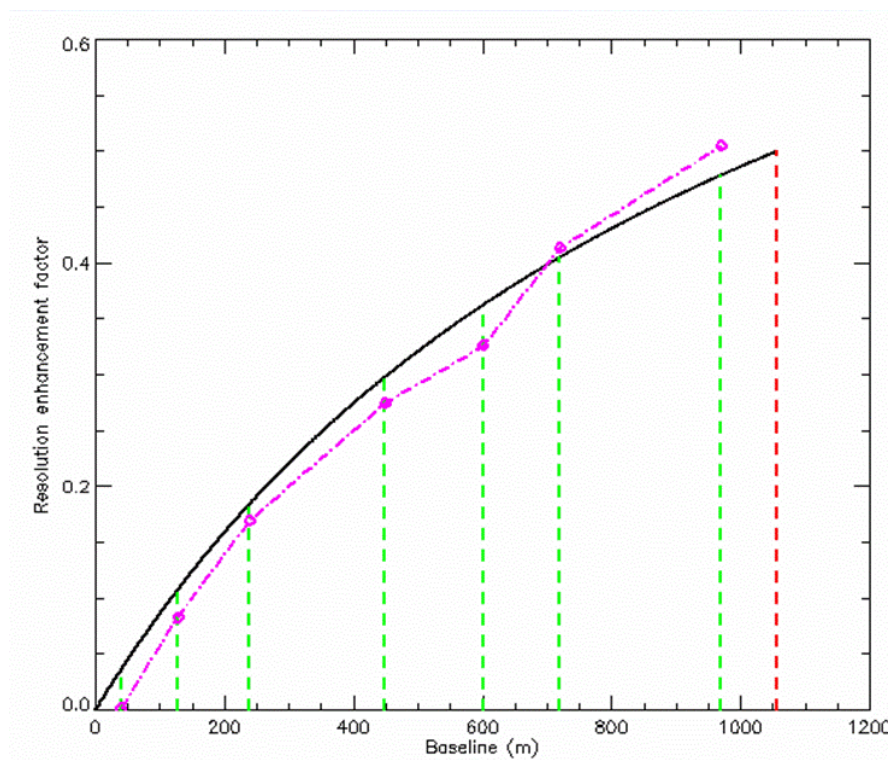
Forbedringsfaktoren som korresponderer til oppløsningene er også gitt i Tabell 5.2, og de er plottet på Figur 5.10. På den figuren er forbedringsfaktoren fra forsøkene framstilt sammen med den teoretisk mulige forbedringen. Figur 5.9 viser et tverrsnitt av punktmålet i range retning. Her er baselinjen mellom master- og slavebildet 600 meter, og det framgår tydelig hvordan oppløsningen er bedre i resultatbildet, enn begge inngangsbildene.

Baselinje	40 m	128 m	239 m	449 m	600 m	720 m	970 m
<b>Oppøsning (i piksler)</b>							
Master	5.116	5.116	5.116	5.116	5.116	5.116	5.116
Slave	5.312	5.762	5.347	5.183	5.103	5.932	5.687
Resultat	5.205	4.990	4.345	3.735	3.442	3.238	2.674
<b>Forbedring av oppløsningen – beregnet i forhold til gjennomsnittet av oppløsningen til master og slave (i piksler).</b>							
Absolutt forbedring	0.009	0.449	0.886	1.415	1.667	2.286	2.727
Forbedringsfaktor ( $\kappa$ )	0.002	0.083	0.169	0.275	0.326	0.414	0.505
<b>Båndbredde (gitt som antall piksler av totalt 512)</b>							
Master	425	425	425	425	425	425	425
Slave	421	403	423	425	422	419	427
Gjennomsnitt	423	414	424	425	423.5	422	426
Resultat	440	480	510	577	631	726	775
Skift	17	66	-86	152	208	253	349

Tabell 5.2 Resultatene av superoppløsningsprosedyren. Oppløsningen til punktmålet i master-, slave- og resultatbildet gitt i piksler, og tilhørende forbedringen. Frekvensspekterets båndbredde for master-, slave- og resultatsignalet. Det relative frekvensskiftet mellom master- og slavesignalet.



Figur 5.9 Punktmål fra master (sort), slave (grønn) og det kombinerte bildet (rød). Nivået for -3 dB er angitt med horisontale linjer, og de vertikale linjene indikerer oppløsningen som er målt ved dette nivået.



Figur 5.10 Teoretisk forbedringsfaktor (sort), og forbedringsfaktor ved bruk av superoppløsningsprosedyre (magenta). Baselinjene som er benyttet i forsøkene er markert med grønt, og den kritiske baselinjen er markert med rød.

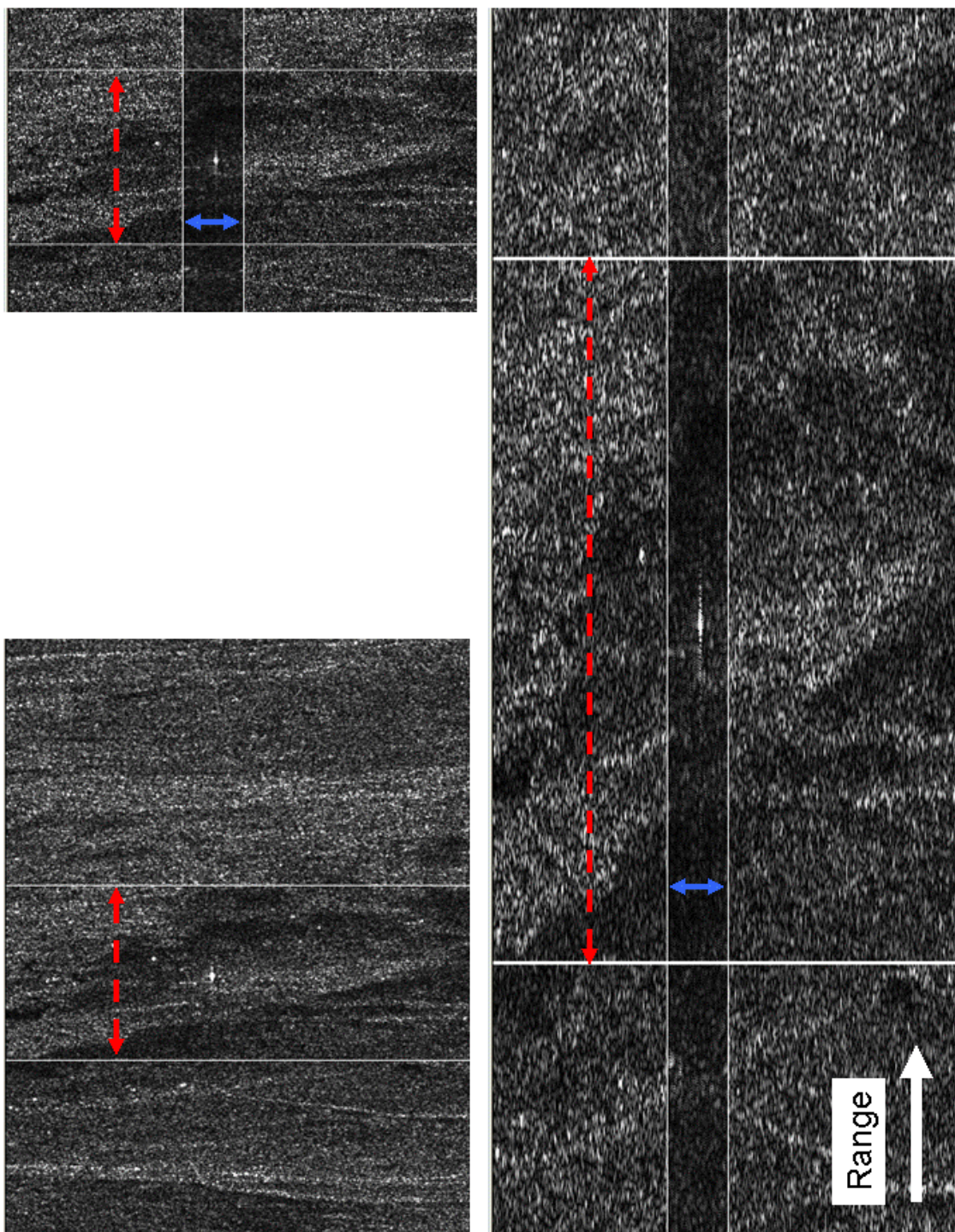
## 5.5.2 Bilde

Superoppløsningsprosedyren opererer på pikselrader i range retning. Dersom denne prosedyren utføres på flere pikselrader ved siden av hverandre i et bilde, fremkommer det et nytt bilde med superoppløsning i disse pikselradene. Figur 5.11 viser et slikt superoppløsningsbilde, som har blitt dannet ved å kombinere masterbildet med et slavebildet med en baselinje på 600 meter fra masteren.

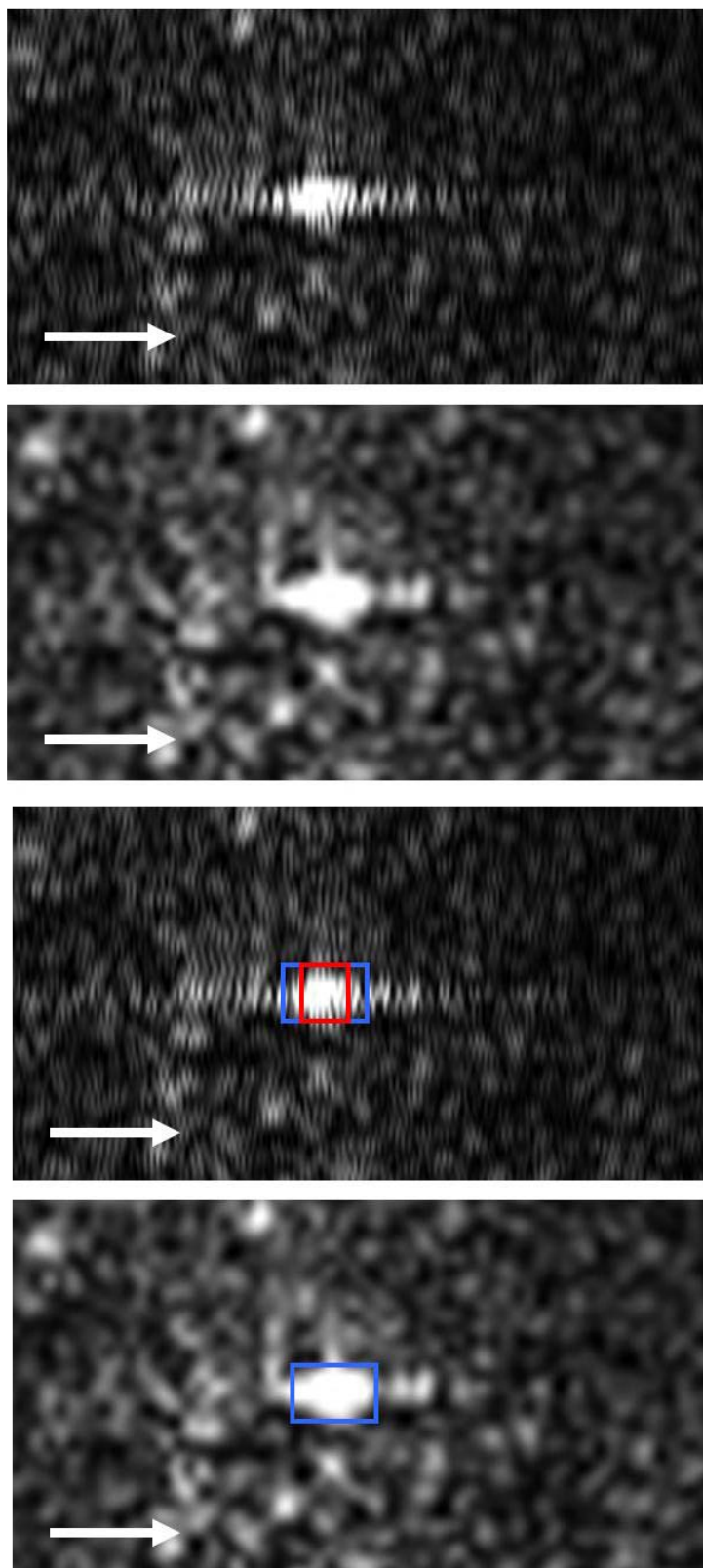
Prosedyren er utført på en stripe over bildet med en bredde på 50 pikselrader. Denne stripen er markert med hvite grenser på Figur 5.11, og inneholder et punktmål med sterk tilbakespredning av radarsignalet. Dette punktmålet blir tydeligere definert, og får en bedre oppløsning i superoppløsningsbildet.

Superoppløsningsprosedyren innebærer en oppsamling av radarbildet i range retning. I dette forsøket var oppsamlingen på en faktor 4. Resultatbildet teller derfor fire ganger så mange piksler i range retning i forhold til inngangsbildene. Følgelig blir dette bildet fire ganger så langt når det vises fram på skjermen. Dette går tydelig fram av de hvite linjene i azimuth retning på Figur 5.11. De markerer den samme distansen i range retning på både inngangs- og resultatbildet, men på resultatbildet ligger de tilsynelatende fire ganger så langt fra hverandre på grunn av oppsamlingen. Ved å presse resultatbildet sammen i range retning med en faktor 4, vil det gjengi objektet med samme størrelsesforhold som inngangsbildet. Dermed blir disse bildene sammenliknbare også for visuell inspeksjon. Det sammentrykte resultatbildet er også vist fram på Figur 5.11.

Det er kanskje ikke så tydelig av Figur 5.11 at oppløsningen til punktmålet er forbedret ved superoppløsningsrutinen. For å oppdage dette er det nødvendig å forstørre bildene. Dette er gjort på Figur 5.12. Her går det tydelig fram at punktmålet har fått en skarpere gjengivelse i range retning. På inngangsbildet ser det ut som om detaljene glir inn i hverandre, slik det fortsatt gjør i azimuth retning på resultatbildet, men resultatbildet viser klare skiller mellom objekter i range retning. Appendix D inneholder tilsvarende nærbilder av dette punktmålet for alle de andre baselinjene som er brukt i denne forsøket.



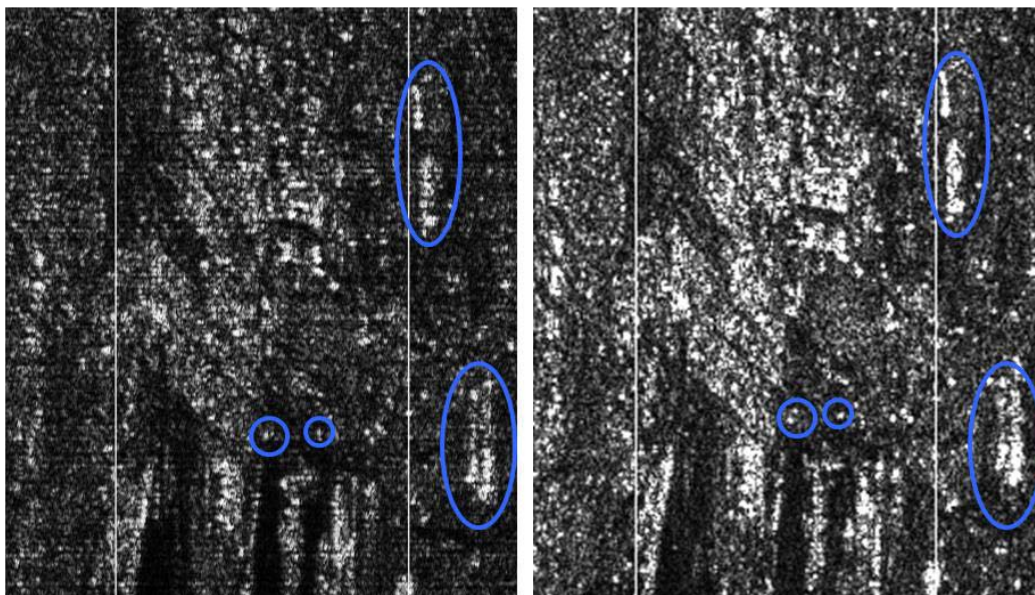
Figur 5.11 Master (nede til venstre), superoppløsning (høyre) og superoppløsning med sammentrekning (oppe til venstre). Hvit pil indikerer range retning. Stiplede røde piler indikerer samme bakkedistans i range retning i de tre bildene. Blå pil indikerer området hvor prosedyren for superoppløsning er utført.



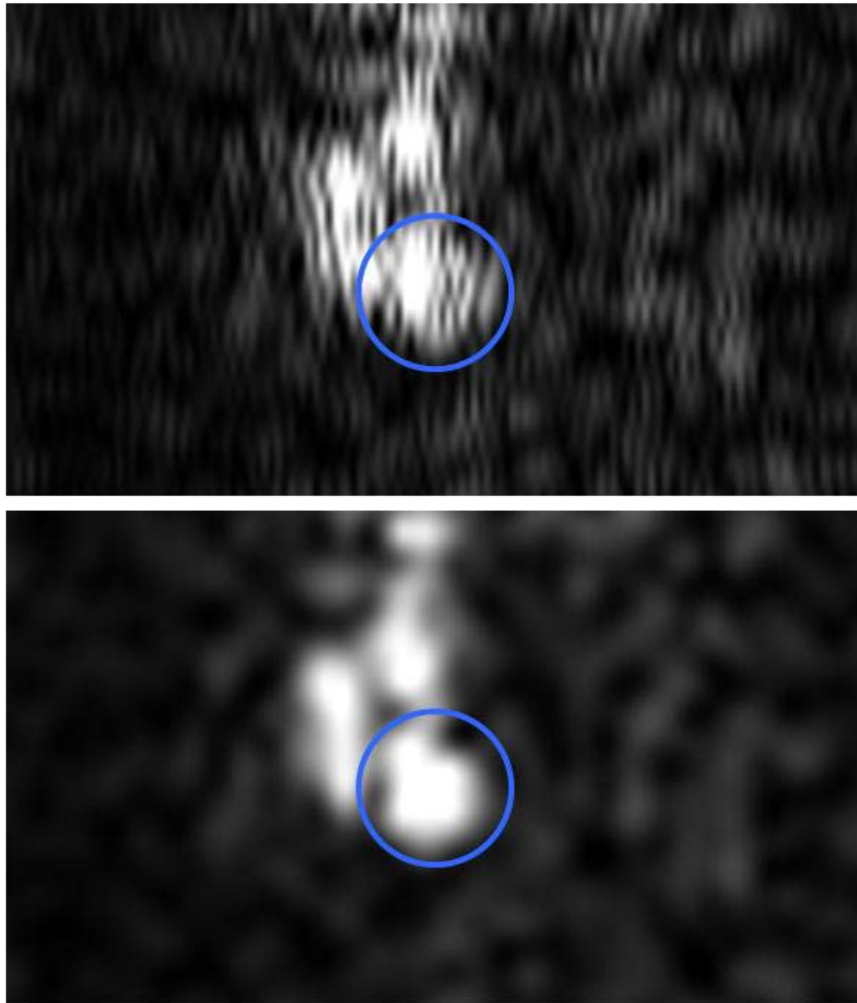
*Figur 5.12 Nærbilde av punktmål i masterbildet (nest øverst og nederst) og superoppløsningsbildet (øverst og nest nederst). For de nederste to bildene er oppløsningen til punktmålet indikert med rødt (superoppløsning) og blått rektangel (master). Baselinje: 600 m.*

### 5.5.3 Stabile punktmål i Oslo sentrum

Prosedyren for superoppløsning ble utført på et større utsnitt av Oslo sentrum. Dette er et område med mange regulære strukturer, og følgelig mange punkter med sterk tilbakespredning. Figur 5.13 viser dette utsnittet, både før og etter at prosedyren er utført. I dette eksempelet er det benyttet et bildepar (master og slave) med baselinje på 449 meter. Det er lett å se forskjell på de to bildene, men for å registrere en merkbar forbedring av oppløsningen, er det nødvendig å forstørre bildet. Figur 5.14 viser en slik forstørring. Punktet på denne figuren ligger ytterst på Vippetangen, og er det samme punktet som er beskrevet med deformasjonsgraf på Figur 4.11. På masterbildet har punktet en utstrekning som dekker nesten hele diameteren til den blå sirkelen rundt. I terrenget strekker denne diameteren seg over flere titalls meter. Etter at superoppløsningen ser bredden til punktet ut til å være nesten halvert. Tilsvarende nærbilder av de markerte områdene på Figur 5.13 foreligger i Appendiks E.



*Figur 5.13 Utsnitt over Oslo sentrum. Masterbilde (høyre) og superoppløsningsbilde (venstre).*



*Figur 5.14 Nærbilde av et punkt ytterst på Vippetangen. Masterbilde (under) og superoppløsningsbilde (over).*



## 6 Diskusjon og anbefalinger

Målsetningen med denne oppgaven var å benytte PSInSAR-metoden til å gjøre en nedsynkningsanalyse av Oslo-området basert på ERS SAR satellittbilder fra årene 1992 – 2000. Resultatene av denne analysen er allerede kjent gjennom tidligere forsøk, blant annet [Lauknes, 2004], så hensikten var derfor å analysere selve resultatene. Målet med dette var blant annet å finne ut hvor stort datagrunnlag som må til for å gi gode resultater. Denne målsetningen var basert på en antakelse om at mengden data ofte er begrenset, både av selve tilgangen på data fra historiske arkiv, og ikke minst av tiden man har til disposisjon til å samle inn nye.

I teorien gir PSInSAR-teknikken informasjon om bakken med stor nøyaktighet. Det er mulig å registrere vertikale bevegelser med en størrelsesorden på under 1 mm per år. Av den grunn er det viktig å kunne identifisere punkter på bakken, og bestemme deres nøyaktige geografiske plassering. Punktmål med sterk tilbakespredning av radarsignalet vil imidlertid dominere i SAR-bildet, og fremstå som større objekter som er dratt utover i bildet. Men dersom det identifiseres et stabilt punktmål på en bygning, og dette har en nedsykning på noen mm i året, vil man gjerne vite om dette punktet er plassert et spesielt sted på bygningen. For å imøtekomme denne problemstillingen, har det i denne oppgaven blitt laget en prosedyre som forbedrer oppløsningen i SAR-bildets range retning. Teknikken som har blitt brukt kalles for superoppløsning.

I dette kapitlet diskuteres resultatene fra forsøkene med PSInSAR, analysen av disse resultatene, samt resultatene fra forsøkene med prosedyren for superoppløsning.

### 6.1 Nedsykningsanalyse

Sammenliknet med resultatene fra andre forsøk viser nedsynkningsanalysen med PSInSAR-teknikken det samme mønsteret over Oslo-området. Nedsykning hadde forekommet i Bjørvika, på Skøyen og i et område nord øst for Oslo sentrum (se Figur 4.12). Resultatene viser imidlertid en tendens til å få en dårligere kvalitet ettersom mengden grunnlagsdata reduseres. Det samme nedsynkningsmønsteret er fortsatt så vidt synlig selv i forsøkene med de minste mengdene av data, men resultatet domineres av usikre punkter med feilaktig høy koherens og tilfeldig nedsynkningsestimater. Disse punktene oppfattes som støy i bildet, og den høye koherensen er et resultat av statistisk tilfeldighet som følger av lav samplingsfrekvens. Dette er forklart i avsnitt *4.11 Koherens*.

### 6.1.1 Sammenlikning med bakkemålinger

Dette forsøket konsentrerer seg lite om generelle tilfeller av sammenlikning mellom bakkemålinger og PSInSAR-teknikken, siden sammenfall mellom bakkemålinger og PS-punkter vil avhenge av hvordan bakkepunktene er valgt i de enkelte tilfellene. For eksempel hvorvidt målingene er gjort i forbindelse med gode reflektorer, som har høy sannsynlighet for å framkomme som et PS-punkt. Videre er også tettheten til PS-punktene avgjørende; høyere tetthet av PS-punkter, øker naturligvis muligheten for sammenfall mellom et PS-punkt og et bakkemålingspunkt. Hvis man ser bort fra overflatestrukturen i området, avhenger tettheten av PS-punkter i sin tur av koherensnivået som ligger til grunnlag for utvalget av PS-punkter. Derfor beskriver dette forsøket kun forholdet mellom dette spesielle settet av bakkemålinger og PS-punktene fra det gitte settet av ERS-1/2 SAR-scener. Men dette er likevel et forslag til hvordan tilsvarende testing kan gjøres med andre områder, og bakkemålinger og PS-punkter derfra.

I og med at målingene til Oslo kommune ikke er tatt i løpet av den samme perioden som ERS-bildene som brukes i PS-prosesseringen, er ikke de to nedsynkningsrapportene direkte sammenliknbare. Men vi har likevel sett at de to målingene viser den samme tendensen for enkelte punkter. Ettersom nedsynkning i mange sammenhenger antas å være lineær, kan den til en viss grad ekstraheres utover det tidsrom målinger er foretatt. Dette kan forklare hvorfor de to metodene viser samme nedsynkningstendens, på tross av at målingene er foretatt i ulike tidsrom.

En slik ekstrahering vil ikke være holdbar i de tilfellene hvor nedsynkningen er forårsaket av en spesiell påvirkning som har virket over en kort tid. Et eksempel på nedsynkning av denne typen er nedsynkning over utgravninger av en tunnel eller en gruve. Selv om denne oppgaven har identifisert flere punkter som gis den samme nedsynkningen både med PSInSAR-teknikken og bakkemålinger, er det også mange punkter hvor dette ikke er tilfellet. Dette kan være punkter hvor nedsynkningen har startet opp eller blitt avsluttet mellom de to målingene. Denne informasjonen kan danne grunnlaget for videre undersøkelser, hvor målet kan være å finne ut hva som har vært årsaken til at en nedsynkning har startet eller stoppet opp.

For å kunne gjøre punktvis sammenlikning av nedsynkningstrenden målt av Oslo kommune med resultatene etter PS-prosesseringen av ERS SAR-scener, fordres det at de samme punktene er målt med de to metodene. Eller i alle fall at et punkt fra hver av metodene ligger i hverandres umiddelbare nærhet. I denne oppgaven har det blitt gjort flere beregninger som beskriver avstanden mellom punktene fra de to metodene, og hvordan de fordeler seg i forhold til hverandre. Det har f.eks. blitt gjort en opptelling av hvor mange PS-punkter som ligger innefor en omegn rundt bakkemålingspunktene. Det ville vært interessant å gjøre ytterligere analyser og sammenlikninger av nedsynkningen som gis av de to metodene i slike områder, for eksempel ved å ta i bruk interpolasjon over PS-punktene.

## 6.1.2 Datamengde

Denne oppgaven gir ingen svar på hvor liten mengde med grunnlagsdata som i generelle tilfeller gir gode og pålitelige resultater. Dette var heller aldri et mål. Men for dette spesifikke datasettet, og med de utvalg av data som er gjort, blir resultatene merkbart dårligere når antall SAR scener som ligger til grunn for prosesseringene reduseres fra 19 til 15. Det visuelle bildet basert på 15 SAR scener gir ikke noe godt inntrykk av nedsynkningsmønsteret, og mengden støypunkter øker betraktelig.

Dette er også tydelig når man ser på de statistiske egenskapene til nedsynkningsregimet; de endrer dramatisk karakter ved overgangen fra 19 til 15 bilder. Ved større mengder inngangsdata domineres området av stabile punkter med liten eller ingen bevegelse. Bare noen få punkter har en deformasjon på flere mm per år, og standardavviket for deformasjonen ligger mellom 1 og 2 mm per år. Men for 15 eller færre inngangsbilder, ligger standardavviket mellom 3 og 4, og kurtosisen synker til 0. Videre bryter den lineære trenden som sammenfaller med landhevingen sammen, og den tilfeldige koherensen øker brått. Dette beskriver et nedsynkningsregime som ikke stemmer med noen andre forsøk, og av dette kan vi slutte at 15 eller færre inngangsbilder er for lite i dette tilfellet til å gi anvendelige resultater.

## 6.2 Superoppløsning

Proseduren som implementerer teknikken for superoppløsning i denne oppgaven, tar inn to ERS SAR satellittbilder, og kombinerer dem spektralt til et nytt bilde med bedre oppløsning. Oppløsningen måles ved å se på bredden til et punktmål.

### 6.2.1 Deteksjon av spekter

Før spektrene til inngangsdataene kan manipuleres og summeres, må de detekteres. Det innebærer å finne grensene for det gyldige spekteret av frekvenser, og således spekterets midtpunkt og båndbredde. Disse størrelsene kan bestemmes teoretisk. Båndbredden avhenger kun av chirplengden og chirp-stigningen til radarsignalet (se likning (5.3)), og det relative skiftet mellom spektrene til de to bildene er bestemt av baselinjen (se likning (2.59)). I denne oppgaven ble det bestemt at spektrene skulle detekteres empirisk, på tross av at dette kan gjøres teoretisk. Dette valget var et resultat av arbeidsprosessen, og er begrunnet i avsnitt 5.4.2 *Empirisk deteksjon av frekvensspekter*. I det avsnittet er det også plottet en graf som viser at den empiriske deteksjonen ikke introduserer noen stor feil i resultatet; denne metoden detekterer det samme relative frekvensskiftet som gis av den teoretiske utregningen. Nå som arbeidet er ferdig, anbefales det likevel å bruke de teoretiske formlene. Gjennom dette arbeidet har det blitt slått fast ved visuell inspeksjon i løpet av prosessen at det korrekte frekvensbåndet plukkes ut av den empiriske metoden. Når den teoretiske beregningen så gir det samme resultatet, må denne formelen trygt kunne brukes.

Ulempen med den empiriske metoden, er at spektrene i noen tilfeller er såpass kaotiske at grensene kan være vanskelige å finne. Dette er den største begrensningen til prosedyren som har

blitt laget i denne oppgaven. Ved å implementere den teoretiske utregningen for frekvensskiftet og båndbredden, unngår man disse problemene.

### 6.2.2 Summering av spektre

Den spektrale kombinasjonen, det vil si måten frekvensspektrene til inngangsbildene er lagt sammen på, er basert på [Pasquali, 2007]. Båndbredden til det nye bildet deles i to, og disse to delene utgjøres av spekteret til henholdsvis master- og slavebildet. Andre kilder anbefaler derimot å legge sammen de to spektrene i det overlappende området<sup>6</sup>. Dette krever også en viss equalizing av denne delen spekteret, slik at ikke det overlappende området blir mye sterkere enn områdene på hver side. Den eneste equalizingen som er gjort i denne oppgaven er å skalere de to spektrene, slik at de blir like sterke, og det kombinerte spekteret blir like sterkt over det hele.

Det er ikke gjort noen analyser av hva denne equalizingen har å si for resultatet. Ei heller er det undersøkt hvorvidt valget av summeringsmetode har noen betydning. Dvs. om det spiller noen rolle om man legger sammen spektrene i det overlappende området, eller om man splitter dette intervallet mellom spektrene til inngangsbildene. I fremtidige arbeid vil det være interessant å se på disse variablene.

### 6.2.3 Splitting av punktmål

I noen av forsøkene ble punktmålet splittet i to. Dette er et av resultatene det kan være ønskelig å oppnå ved superoppløsning. Nemlig at to mål som i utgangspunktet fremstår som ett på det originale SAR-bildet, fremstår som to mål etter superoppløsningsprosedyren. I denne oppgaven var punktmålets beskaffenhet ikke kjent da forsøkene ble utført, men det ble antatt at det ikke var snakk om to punktmål. Denne antakelsen støttes opp av at det ikke var noe konsekvent sammenheng mellom baselinjen og hvorvidt punktet delte seg i to. Man ville forvente en slik sammenheng, siden oppløsningen øker med baselinjen, og således øker evnen til å avdekke at et punkt virkelig består av to reflektorer. En mulig forklaring på dette kan være at objektet eller objektene har egenskaper når det gjelder tilbakespredning som er meget følsomme ovenfor innfallsvinkelen. For å finne ut av dette kreves det antakelig *in situ* informasjon, og grundigere undersøkelser av selve objektene på bakken. Dette er en tråd det vil være interessant å følge i nye forsøk.

### 6.2.4 Effekter av upsampling og oppløsning i azimuth

Ved visuell inspeksjon av superoppløsningsbildene er det viktig å være klar over at man observerer flere ting. Det er ikke bare effektene av superoppløsningsprosedyren som gir det visuelle inntrykket.

For det første er bildene upsamlet. I dette tilfellet er upsamlingsfaktoren lik 4 og bildene er upsamlet med Shannon-interpolasjon. Dette kan påvirke oppløsningen til punktmål allerede før superoppløsningsprosedyren er implementert. I mange tilfeller blir punktmålets oppløsning bedre

---

<sup>6</sup> Det overlappende området er den delen av frekvensspekteret hvor spektrene til master- og slavesignalet overlapper hverandre. Dette intervallet av frekvenser utgjør midten av spekteret til resultatsignalet.

etter upsamlingen. Dette betyr videre at objektene i det superoppløsningsbildet man ser på er et resultat av både av upsamlingen og av superoppløsningsprosedyren. Når det gjelder tallmaterialet og resultatene i denne oppgaven, er det tatt hensyn til dette, slik at oppløsningsforbedringen er målt etter at upsamlingen er foretatt. På den måten er upsamlingsfaktoren ekskludert fra resultatet, og vi står igjen med den forbedringen som er forårsaket av superoppløsningsrutinen alene.

En slik ekskludering kunne også vært utført med de visuelle bildene, ved å bare vise fram de upsamlede inngangsbildene istedenfor originalbildene. Men det gir større mening å vise fram originalbildet, siden det er dette man ønsker å forbedre.

En annen ting som må kommenteres er oppløsningen i azimuth retning. Denne er uforandret gjennom hele forsøket. Dette gir superoppløsningsbildene et stripeaktig mønster, siden mange punktmål er blitt kortere i range (bedre oppløsning), men har beholdt sin lengde i azimuth. Vær derfor klar over at det kun er range retning som er interessant når man analyserer resultatene i denne oppgaven.

### **6.3 Lokalisering av punktmål**

Et viktig poeng i denne oppgaven er naturligvis å se sammenhengen mellom de to hovedtemaene; superoppløsning og nedsynkningsanalyse med PSInSAR. Ved å forbedre oppløsningen til SAR-bildene øker mulighetene for å utnytte nøyaktigheten som ligger i PSInSAR-teknikken bedre.

PSInSAR kan brukes til å analysere nedsynkninger som er så små at de bare måler noen millimeter per år eller enda mindre. Nedsynkningen måles i punkter som har en stabil tilbakespredning av radarsignalet. I urbane strøk representerer disse punktene som regel menneskeskapt objekter, og slike objekter befinner de seg ofte på toppen av bygninger, hvor de er lett synlige fra flere vinkler. Det kan for eksempel være takluker eller andre objekter på toppen av hus eller andre konstruksjoner. Slike stabile og sterke tilbakespredere fremstår som regel som lyse, klare og dominerende flekker på SAR-bildet. De dekker ofte flere piksler i satellittbildet, til tross for at de i virkeligheten ikke trenger å være spesielt store i utstrekning. Snarere tvert om; PS-punkter bør være mye mindre enn oppløsningscellene i SAR-bildet, slik at de er innenfor og dominerer tilbakespredningen i samme piksel ved så å si alle bildetakninger.

Men når nedsynkningen til et punkt er gitt med en nøyaktighet på millimeter per år, og dette punktet i virkeligheten har liten utstrekning, er det ønskelig å stedfeste dette punktet nøyaktig. Spesielt er dette ønskelig dersom nedsynkningen varierer over et område; da gjelder ikke nødvendigvis den nøyaktige nedsynkningsmålingen for et stort område, men bare for den aktuelle tilbakesprederen og eventuelt et lite område rundt denne. Hvis to bygninger ligger rett ved siden av hverandre, og et PS-punkt indikerer nedsynkning i dette området, er det interessant å vite om det bare er den ene bygningen som synker nedover, eller om det er begge. Eller enda viktigere: dersom man detekterer et eller flere PS-nedsynkningspunkter på en stor bygning, er det viktig å finne ut om bygningen synker uniformt, eller om den ene siden synker raskere enn den andre.

Begge tilfeller kan være uønsket, men dersom en bygning synker med ulik hastighet, vil det mest sannsynlig medføre skader på bygningsmaterialet.

Figur 5.14 viser hvordan et PS-punkt på et ERS SAR-bilde fremstår med en utstrekning på flere titalls meter. Etter at superoppløsningsprosedyren er implementert, er denne bredden betydelig redusert, og punktet har fått en skarpere geografisk plassering i range retning.

Denne oppgaven har gitt en teoretisk tilnærming til superoppløsningsteknikken. Det har blitt slått fast at et sterkt og dominerende PS-punkt får en skarpere definisjon når to ERS SAR-bilder kombineres spektralt for å danne et nytt. I videre arbeid burde dette suppleres med undersøkelser i felten, hvor man ser nærmere på om PS-punktenes oppførsel ved superoppløsning korresponderer med deres virkelige egenskaper. Eksempelvis kan det være interessant å se på to stabile reflektorer som er plassert så nærme hverandre at de fremstår som ett punkt på et ERS SAR-bilde. Spørsmålet blir da om superoppløsningsprosedyren gjør det mulig å skille disse punktene fra hverandre. Og dessuten se på hvordan dette avhenger av baselinjen til bildene som kombineres.

Et annet spor å følge er å undersøke om superoppløsning gjør det mulig å identifisere hvilke type objekter det er som fremstår som stabile tilbakespredere på satellittbildet. Når nedsynkningen i et punkt er bestemt med stor nøyaktighet, og dette punktet er plassert nøyaktig, er det neste steget å finne ut hvilket objekt dette er. Dette vil kunne bidra til at man i større grad kan forklare de fenomener som skjer på bakken, ved å se på satellittbildene. Ikke minst vil det også gjøre det mulig å anslå konsekvensene av det aktuelle fenomenet. For eksempel dersom det forekommer nedsynkning under en bygning.

## 7 Konklusjon

Nedsynkningsanalyse av Oslo og omegn, basert på ERS SAR satellittbilder fra perioden 1992 til 2000, viser at dette området stort sett var stabilt i denne perioden, bortsett fra tre tydelige nedsynkningsområder. Disse er plassert på Skøyen, i Bjørvika og ved Bjerke nordøst for Oslo sentrum. Alle disse områdene har punkter med en gjennomsnittlig nedsynkning på mer enn 5 mm per år mellom år 1992 og 2000.

Analysene er utført med PSInSAR-teknikken som muliggjør interferometriske undersøkelser på enkelte stabile punkter i områder som ellers er preget av dekorrelasjon. Disse punktene kjennetegnes ved at de reflekterer radarsignalet på en stabil måte over lengre tid, selv fra forskjellige vinkler, under ulike værforhold og upåvirket av andre dekorrelerende effekter. Slike punkter finnes det særlig mange av i områder med menneskelagde objekter, som ofte har regulære og rigide former, og følgelig gir en stabil og god tilbakespredning. Punkter som dette kalles for stabile tilbakespredere eller permanent scatterers (PS).

Forsøkene er basert på 40 satellittbilder, og når alle disse ble inkludert i PSInSAR-prosesseringen, resulterte det i en mengde PS-punkter over hele Oslo, med høyest tetthet i de mest bebygde områdene. Over dekorrelerte flater av skog eller vann forekommer det så å si ingen punkter. Når antall inngangsbilder reduseres, framkommer det en økende mengde usikre punkter, blant annet punkter som ligger over dekorrelerte områder. Nedsynkningsmønsteret er mindre tydelig, og helt umulig å observere i resultatet av de kjøringene som har færrest inngangsbilder. For det datasettet som ble brukt i denne oppgaven går grense for hvor mange inngangsbilder som er til strekkelig for å oppnå tilfredsstillende resultater mellom 15 og 19 bilder. De prosesseringene som ble utført med 19 eller flere bilder gav det samme tydelige nedsynkningsmønsteret, mens prosesseringene med 15 eller færre bilder ble dominert av usikre punkter, og gav ikke noen god fremstilling av nedsynkningen.

Disse observasjonene støttes av sammenlikninger med resultater fra andre forsøk, samt analyser av resultatenes geofysiske og statistiske egenskaper. Blant annet viser resultatene en liten trendmessig landhevning som sammenfaller med den velkjente fennoskandiske landhevningen etter siste istid. Denne sammenfallende trenden finnes ikke når prosesseringene kjøres med 15 bilder eller færre.

I denne oppgaven har det også blitt utviklet et program i IDL som implementerer en metode for superoppløsning. Dette programmet forbedrer satellittbildenes oppløsning ved å kombinere to ERS SAR satellittbilder spektralt.

Oppløsningsforbedringen er beregnet ved å måle og sammenlikne bredden til et punktmål før og etter at prosedyren er implementert. Dette er gjort under antakelsen om at det empiriske punktmålet tilnærmer et ideelt punktmål. Det betyr at det har en liten geografisk utstrekning, mindre enn bakkeoppløsningscellene til radaren, men likevel dras utover flere piksler i bildet på grunn av den sterke og stabile tilbakespredningen av radarsignalet. Punktmålet fremstår derfor som en lys flekk på SAR-bildet som har større utstrekning enn objektet selv. Superoppløsningsprosedyren reduserer denne utstrekningen, slik at den lyse flekken på SAR-bildet i større grad gjengir utstrekningen til objektet. Følgelig blir også den geografiske plasseringen til objektet mer presist angitt.

Tabell 7.1 viser oppløsningsforbedringen som ble målt da SAR-bilder med forskjellige baselinjer ble kombinert spektralt. Disse tallene beskriver hvor mye bredden til et punktmål reduseres når bilder med de oppgitte baselinjene kombineres spektralt. Derfor svarer en forbedring på 50 % til en halvering av bredden til punktmålet, dvs. en fordobling av oppløsningen. En forbedring på 33 % betyr på samme måte at oppløsningsevnen økes med halvannen gang.

<b>Baselinje</b>	40 m	128 m	239 m	449 m	600 m	720 m	970 m
<b>Forbedring</b>	0,2 %	8,3 %	16,9 %	27,5 %	32,6 %	41,4 %	50,5 %

Tabell 7.1 Oppløsningsforbedring ved spektral kombinasjon av to ERS SAR satellittbilder med gitt baselinje.

Det har ikke blitt gjort noen forsøk for å finne ut om superoppløsning gjør det mulig å identifisere hva slags type objekt som representerer et punktmål. Men visuell inspeksjon gir et inntrykk av at den geografiske plasseringen til objektet bestemmes mer presist når oppløsningen forbedres, selv om dette ikke er sammenliknet med *in situ* data om objektets faktiske plassering.

Denne oppgaven er basert på historiske satellittdata fra 90-tallet, tatt opp med ERS-1 og 2. ERS-1-operasjonen ble avsluttet i 2000, og ERS-2 har allerede virket lenger enn sin forventede levetid. Satellitten ENVISAT ble sendt opp av ESA i 2002, og RADARSAR-2 skal etter planen sendes opp av Canada i løpet av sommeren 2007. Disse har med seg SAR-instrumenter, og skal videreføre arbeidet til ERS-1 og 2 og RADARSAT-1. Dermed vil det bli skaffet til veie nye SAR-data, og det åpner for at metodene i denne oppgaven kan brukes og utvikles videre i tiden fremmover.

Tilgangen til data er likevel begrenset. ENVISAT har en repetisjonssyklus på 35 dager, og RADARSAT-2 skal gå i en bane som returnerer tilbake til et gitt punkt hver 24. dag. I denne oppgaven blir det slått fast at det trengs nærmere 20 C-bånd SAR-opptak for å gi gode resultater med PSInSAR-teknikken. Det betyr at det vil ta nesten 2 år for ENVISAT og nesten halvannet år



for RADARSAT-2 å samle opp tilstrekkelig mengde data, gitt at de operere i samme interferometriske modus i hele perioden. Men særlig ENVISAT har med seg mange forskjellige instrumenter og funksjoner som kommer i konflikt med hverandre, og det medfører at det sjelden settes av lange, dedikerte perioder til SAR-opptak i samme modus.

ESA planlegger en ny SAR satellittoperasjon – SENTINEL-1 – med en repetisjonssyklus på bare 12 dager. Dette er en god løsning som underbygges av resultatene i denne oppgaven, og den vil kunne samle inn nok SAR-data til å tilfredsstille PSInSAR-metoden i løpet av bare ca. 240 dager.

## Litteratur

- R. A. Adams**, *Calculus - A Complete Course*, 4. utg., Addison Wesley Longman Ltd., 1999.
- R. Bamler, M. Ender, B. Kampes, H. Runge og N. Adam**, *Current Situation and New Development in Spaceborn InSAR*, Fringe Workshop, 2003.
- W. G. Carrara, R. S. Goodman**, *Spotlight Synthetic Aperture Radar – Signal Processing Algorithms*, Artech House, inc., 1995.
- C. Colesanti, J. Waskowski**, *Satellite SAR interferometry for wide-area slope hazard detection and site-specific monitoring of slow landslides*, Proceedings Ninth Internat. Symposium on Landslides, Rio de Janeiro, June 28 - July 2, pp. 795-802, 2004.
- C. Colesanti, S. Le Mouelic, M. Bennani, D. Raucoules, C. Carnec og A. Ferretti**, *Detection of Mining Related Ground Instabilities Using the Permanent Scatterers Technique – A Case Study in the East of France*, International Journal of Remote Sensing, vol. 26, no. 1, 10. januar 2005.
- I. G. Cumming og F. H. Wong**, *Digital Processing of Synthetic Aperture Radar Data*, Artech House, inc., 2005.
- G. Duchossois, G. Kohlhammer og P. Martin**, *Completion of the ERS Tandem Mission*, <http://esapub.esrin.esa.it/eoq/eoq52/duch52.htm> (04. okt. 2006), 1996.
- C. Elachi og J. van Zyl**, *Introduction to the Physics and Techniques of Remote Sensing*, versjon 2, John Wiley & Sons, Inc., 2006.
- ESA**, *ERS Overview*, [http://www.esa.int/esaEO/SEMGWH2VQUUD\\_index\\_0\\_m.html](http://www.esa.int/esaEO/SEMGWH2VQUUD_index_0_m.html) (04. okt. 2006), 2006.
- A. Ferretti, C. Prati, and F. Rocca**, *Permanent scatterers in SAR Interferometry*, IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing, vol. 39, no. 1, 8-20, 1999 (A).
- A. Ferretti, C. Prati og F. Rocca**, *Non-Uniform Motion Monitoring Using the Permanent Scatterers Technique*, Proceedings FRINGE99, nov. 1999 (B).
- A. Ferretti, F., C. Prati and F. Rocca**, *Nonlinear subsidence rate estimation using permanent scatterers in differential SAR Interferometry*, IEEE Trans. Geoscience Remote Sensing, vol. 38, no. 5, 2202-2212, 2000.

- A. Ferretti, C. Colesanti, D. Perssini, C. Prati og F. Rocca**, *Evaluating the Effect of the Observation Time on the Distribution of SAR Permanent Scatterers*, ESA SP-550, juni 2004.
- G. Franceschetti og R. Lanari**, *Synthetic Aperture Radar Processing*, CRC Press LLC, 1999.
- F. Gatelli, A. M. Parizzi, P. Pascuali, C. Prati og F. Rocca**, *The Wavenumber Shift in SAR Interferometry*, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol. 32, no. 4, 1994.
- R. Gens og J. L. van Genderen**, *SAR interferometry – issues, techniques, applications*, International Journal of Remote Sensing, vol. 17, no. 10, 1803-1835, 1996.
- R. C. Gonzalez og P. Wintz**, *Digital Image Processing*, 2. utg., Addison\_Wesley Publishing Company, Inc., 1987.
- L. C. Graham**, *Synthetic Interferometric Radar for Topographic Mapping*, Proceedings of the IEEE, vol. 62, no. 6, juli 1974.
- S. Guillaso, A. Reigber, L. Ferro-Famil og E. Pottier**, *Range resolution Improvement of Airborne SAR Images*, IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, 2006.
- R. F. Hanssen**, *Radar Interferometry – Data Interpretation and Error analysis*, vol. 2, Kluwer academic Publishers, 2001.
- P. Hartl og X. Wu**, *SAR Interferometry: Experiences With Various Phase Unwrapping Methods*, Proceedings Second ERS-1 Symposium – Space at the Service of our Environment, 11.-14. okt. 1993.
- M. H. Hayes**, *Theory and Problems of Digital Signal Processing*, The McGraw-Hill Companies, Inc., 1999.
- D. Houle, J. Wessels og A. Giles**, Microsoft Virtual Earth (tidl. Vexcel Canada Inc.), personlig kommunikasjon, 2007.
- T. R. Lauknes**, *Long-Term Surface Deformation Mapping using Small-Baseline Differential SAR Interferograms*, Cand. Scient., Universitetet i Tromsø, 2004.
- N. Levanon**, *Radar Principles*, John Wiley & Sons, Inc., 1988.
- S. N. Madsen, H. A. Zebker og J. Martin**, *Topographic Mapping Using Radar Interferometry: Processing Techniques*, IEEE Transactions On Geoscience And Remote Sensing, vol. 31, no. 1, 246-256, 1993.

- D. Massonet og K. L. Feigl**, *Radar Interferometry and its Applications to Changes in the Earth's Surface*, Reviews of Geophysics, 36, no. 4. nov. 1998.
- NYU**, *IDL Online Help*, [www.physics.nyu.edu/grierlab/idl\\_html\\_help/M39.html#wp888917](http://www.physics.nyu.edu/grierlab/idl_html_help/M39.html#wp888917) (08. july 2004), New York University, Department of Physics, 2004.
- J. H. McClelland, R. W. Schafer og M. A. Yoder**, *Signal Processing First*, int. edition, Pearson Education, Inc., 2003.
- MSU**, *Isostasy*, [www.homepage.montana.edu/~geol445/hyperglac/isostasy1/](http://www.homepage.montana.edu/~geol445/hyperglac/isostasy1/) (14. mai 2007), Montana State University, juli 2000.
- D. S. Moore og G. P. McCabe**, *Introduction To The Practice Of Statistics*, fourth edition, W. H. Freeman and Company, 1989.
- P. Pasquali**, SARmap S A, personlig kommunikasjon, 2007.
- C. Prati og F. Rocca**, *Improving Slant-Range Resolution With Multiple SAR Surveys*, IEEE Transactions On Aerospace And Electronic Systems, vol. 29 no. 1 jan. 1993.
- F. Rocca og C. Prati**, *Innovative Applications og Repeated Satellite SAR Surveys*, Proceedings of the Satellite Symposia 1 & 2, Navigation & Mobile Communications, and Image Processing, GIS & Space-assisted Mapping, 30. mars – 4. april 1992.
- F. Rocca, C. Prati og A. M. Guarnieri**, *Possibilities and limitations of SAR Interferometry*, CP-582, 1996.
- F. Rocca, C. Prati, A. M. Guarnieri og A. Ferretti**, *SAR Interferometry and its Applications*, Surveys in Geophysics, no. 21, 519-176, 2000.
- R. Scharroo and P. N. A. M. Visser**, *Precise orbit determination and gravity field improvement for the ERS satellites*, Journal of Geophysical Research, Vol. 103, No. C4, 8113-8127, 1998.
- T. Toutin**, *Airborne SAR stereo resolution in a mountainous area of Costa Rica: first results*, IEEE Transactions in Geoscience and Remote Sensing, vol. 30, no. 2, 500-504, 1995.
- TU Delft**, *ERS Precise Orbit Determination: Orbits*, Department of Earth Observation and Space Systems (DEOS) at the Faculty of Aerospace Engineering at the Delft University of Technology, Nederland, <http://www.deos.tudelft.nl/ers/precorb/orbits/>, januar 2006.
- T. Wahl og R. Jørgensen**, *Radarsatellitter*, versjon 3, UNIK, 1994.

- B. Wangensteen**, *Beregning av brebevegelser på Svalbard ved hjelp av satellitt SAR interferometr*, Hovedfagsoppgave ved Universitetet i Oslo, 1999.
- E. Weisstein**, *MathWorld™*, <http://mathworld.wolfram.com/Kurtosis.html> (04. march 2007), 2007.
- D. J. Weydahl**, *Analysis of Satellite SAR Images for Change Detection over Land Areas*, PhD. ved Universitetet i Oslo, 1998.
- D. J. Weydahl**, *Analysis of ERS SAR coherence images acquired over vegetated areas and urban features*, *International Journal of Remote Sensing*, vol. 22, no. 14, 2811-2830, 2001.
- D. J. Weydahl, K. Eldhuset og S. Hauge**, *Atmospheric Effects On Advanced Modes*, Report – 2001/04826, FFI, 2001.
- H. A. Zebker**, *Studying The Earth With Interferometric Radar*, *Computing In Science Engineering*, 52-60, 2000.
- H. A. Zebker og R. M. Goldstein**, *Topographic Mapping From Interferometric Synthetic Aperture Radar Observations*, *Journal of Geophysical Research*, vol. 91, no. B5, 4993-4999, 1986.
- H. A. Zebker og J. Villasenor**, *Decorrelation in Interferometric Radar Echoes*, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, vol. 30, no. 5, sept. 1992.

## Forkortelser og symboler

APP	Advanced Precision Processor
CTM	Coherent Target Monitoring
ERS	European Remote Sensing Satellite
ESA	European Space Agency
EV	Earth View Software
FT	Fourier-transformasjon
InSAR	Interferometrisk SAR
LOS	Line Of Sight (siktelinje)
PS	Permanent Scatter
PSInSAR	Permanent Scatterers in Interferometric SAR
SAR	Synthetic Aperture Radar
SLC	Single Look Complex
SNR	Signal-to-Noise Ratio
*	Kompleks konjugert operator.
B	Baselinje. Avstanden mellom to opptakspunkt; satellittposisjoner.
$B_{\perp}$	Normal baselinje.
$B_{\perp,crit}$	Kritisk baselinje.
$B_{=}$	Parallell baselinje.
$c$	Lysets hastighet, 299.792.458 m/s.
$c_p$	Chirp stigning.
D	Deformasjon av bakken langs LOS.
$f$	Frekvens.
$f_0$	Sentralfrekvens.
$f_s$	Samplingsfrekvens.
$\Delta f$	Spekterskift.
H	Radarens plattformhøyde; satellittens banehøyde.
H	I kapittel 5 betegner denne bokstaven Hamming-filter.
$\Delta h$	Høyden til et objekt på bakken, for eksempel en bygning.
$k_{gr}$	Bølgenummer. Radarbølgenes bakkeprojeksjon.
L	Radarens antennelengde.
M	Heltall (generelt symbol).
N	Heltall (generelt symbol).
nr	Antall piksler langs en pikselrad i et SAR-bilde,
P	Et punkt på bakken.
$p_i$	Et piksel i et SAR-bilde.
R	Distansen mellom sensor og objekt, dvs. fra radarsatellitten og til et punkt på bakken.

$\delta R$	Differansen mellom to satellitt-objekt-distanser. Eventuelt en fraksjon av en enkelt distanse.
$\Delta r_{az}$	Oppløsning til SAR-bilde i azimuth retning, dvs. med satellittens bevegelsesretning.
$\Delta r_{sr}$	Oppløsning til SAR-bilde i range retning, dvs. normalt på satellittens bevegelsesretning.
$\Delta r_{gr}$	Horisontalkomponenten av oppløsning til SAR-bilde i range retning.
$\Delta r$	I avsnitt 4.12.3 betegner denne bokstaven horisontal forflytningen av et PS-punkt.
$\delta r$	Bredden til en fringe.
$s$	Radarsignal; pikselverdi i et SAR-bilde.
$S$	Radarsignal i frekvensdomenet; Fourier-transformasjon av tidsdomenesignalet.
$t$	Tid (generelt symbol).
$t_{cp}$	Chirp-lengde.
$W$	Radarsignalets båndbredde.
$z$	Vertikal distanse i terrenget; elevasjonen til et punkt i forhold til et gitt referanseplan.
$\alpha_B$	Baselinjevinkel.
$\alpha_{Topo}$	Terrengets helningsvinkel; topografien.
$\gamma$	Koherens.
$\gamma_{effekt}$	Bidraget til kohernsen fra en gitt effekt.
$\theta_{inc}$	Global innfallsvinkel mellom radarsignalet og terrenget.
$\theta_{inc,loc}$	Lokal innfallsvinkel mellom radarsignalet og bakken.
$\theta_{look}$	Radarens kikkevinkel.
$\kappa$	Forbedringsfaktor for superoppløsning.
$\lambda$	Radarsignalets bølgelengde.
$\tau$	Pulslengde (tidsbenevnt).
$\varphi$	Radarsignalets fase.
$\delta\varphi$	Differansen mellom fasen til to radarsignaler; eventuelt en fraksjon av fasen til et radarsignal; eventuelt den interferometriske fasen.
$\delta\varphi_{effekt}$	Bidraget til den interferometriske fasen fra en gitt effekt
$\varphi_{cp}$	Chirp-stigning.
$\omega$	Vinkelfrekvens.

## Appendiks A

**Bevis for  $\sin(\delta\theta) = \delta\theta$  for små verdier av  $\delta\theta$  [Adams, 1999].**

Den deriverte av en sinusfunksjon:

$$\sin(x)' = \cos(x) \quad (\text{A1})$$

Cos(x) for små verdier av x:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1 \quad (\text{A2})$$

For en generell funksjon  $f(x)$  gjelder følgende:

$$f'(x) = 1 \iff f(x) = x + C \quad (\text{A3})$$

hvor C er en konstant, dvs. skjæringen med y-aksen for en lineær funksjon  $f(x)$ .

-----

Gitt en sinusfunksjon:

$$f(x) = \sin(x) \quad (\text{A4})$$

Den har følgende derivert:

$$f'(x) = \sin(x)' = \cos(x) \quad (\text{A5})$$

Ved hjelp av (A2) finner vi verdien av denne deriverte funksjonen for små verdier av x:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \cos(x) = 1 \quad (\text{A6})$$

Likning (A3) og (A6) gir for små verdier av x:

$$f(x) = \sin(x) = x + C \quad (\text{A7})$$

Initialbetingelsen  $\sin(0) = 0$ , gir:

$$\sin(0) = 0 + C = 0 \implies C = 0 \quad (\text{A8})$$

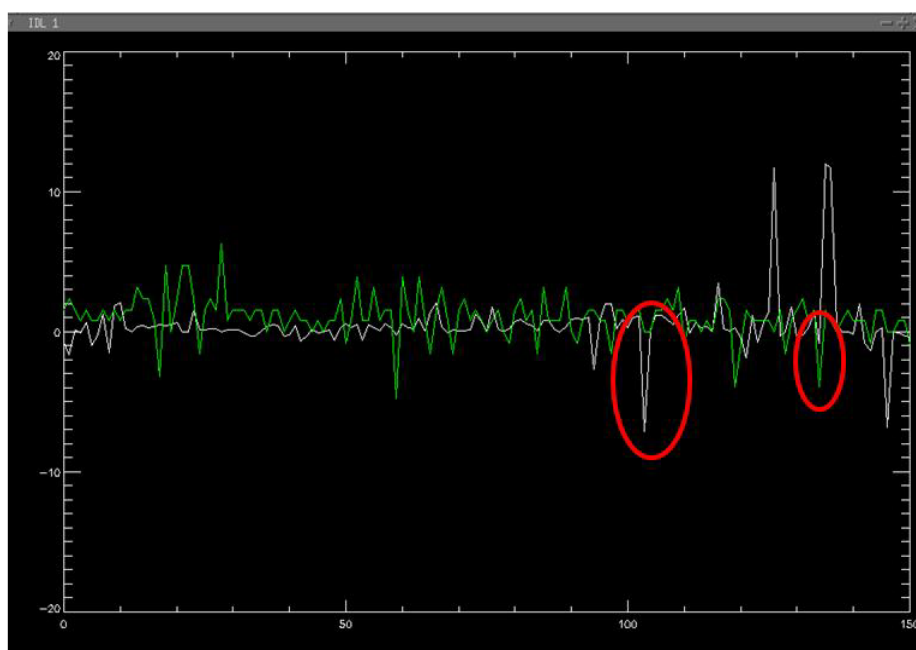
Ergo er  $\sin(x) = x$  for små verdier av x.



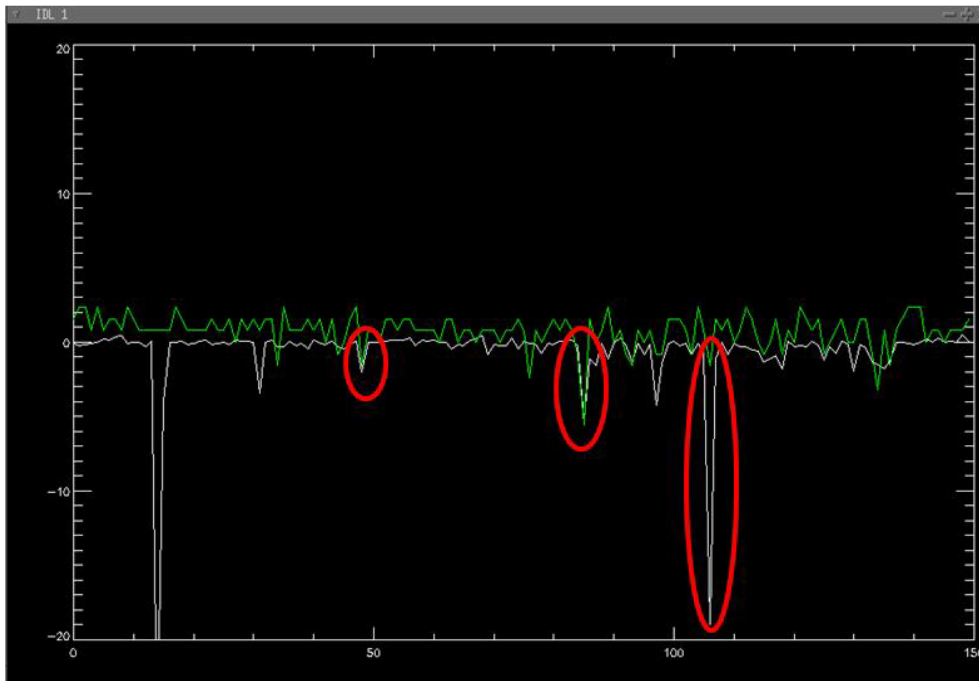
## Appendiks B

### Punktvis sammenlikning av nedsynkningen estimert med PSInSAR og bakkemålingene til Oslo kommune.

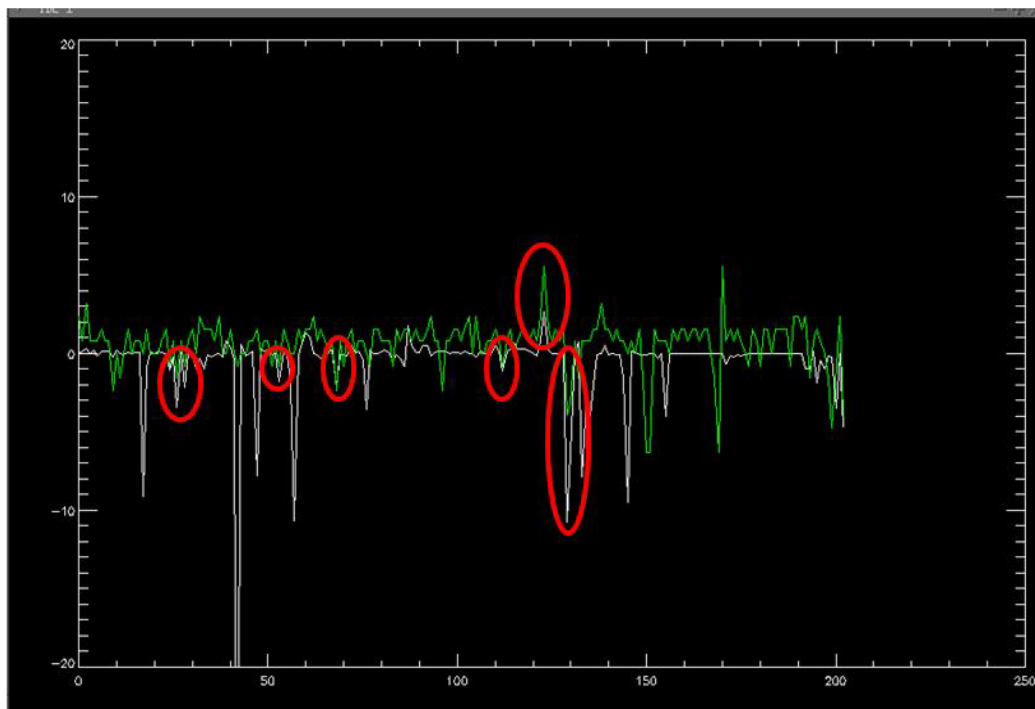
For hvert av de 504 bakkemålingspunktene er det nærmeste stabile punktmålet fra PSInSAR-prosessen lokalisert. Figur B.1 til B.3 viser sammenlikningen mellom nedsynkningen til bakkemålingspunktene og deres nærmeste stabile punktmål.



Figur B.1 Bakkemålingspunkt 1-150, nærmeste stabile punktmål, og deres nedsynkning.

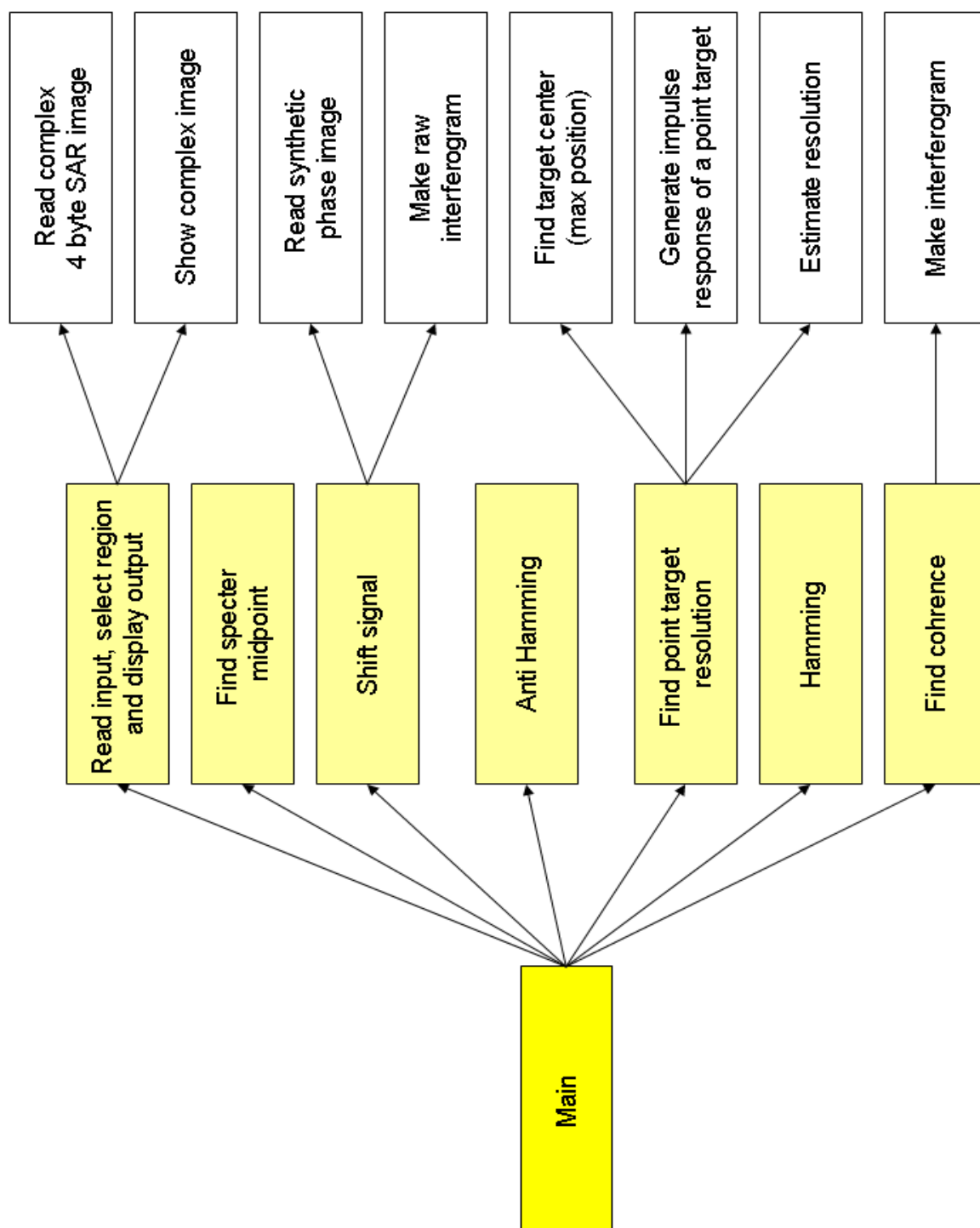


Figur B.2 Bakkemålingspunkt 151-300, nærmeste stabile punktmål, og deres nedsynkning.



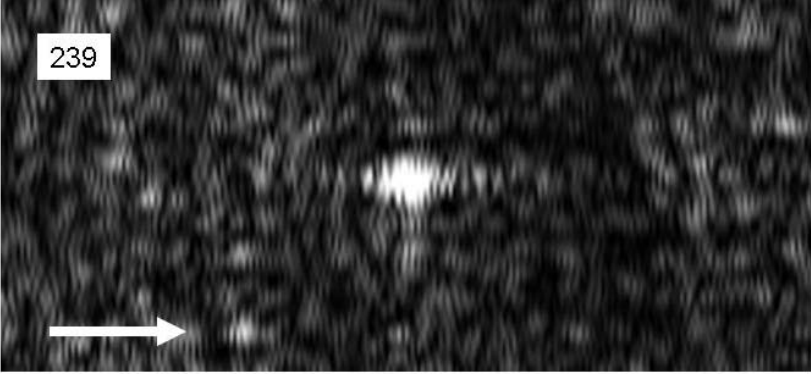
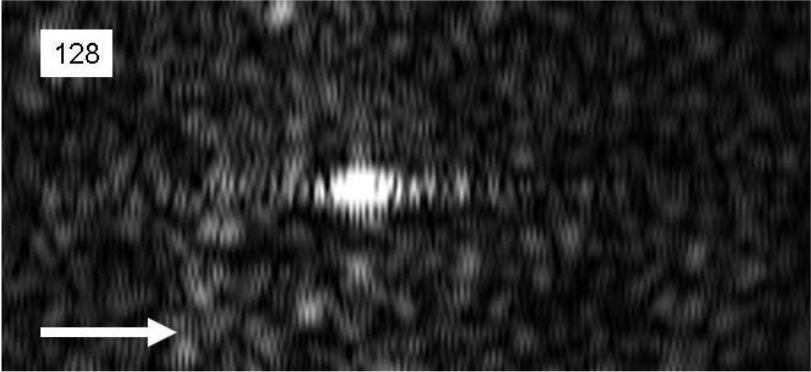
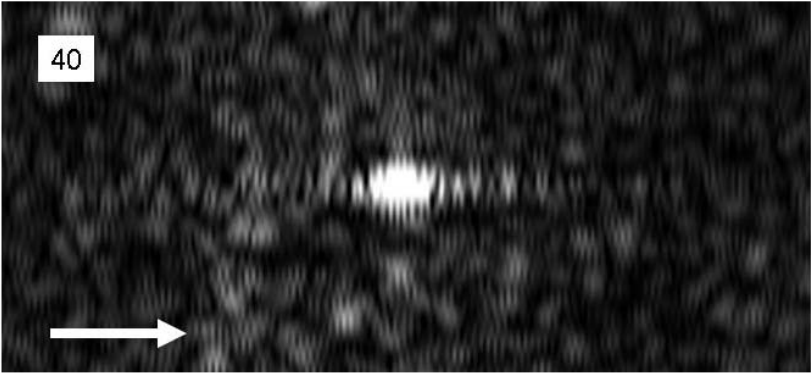
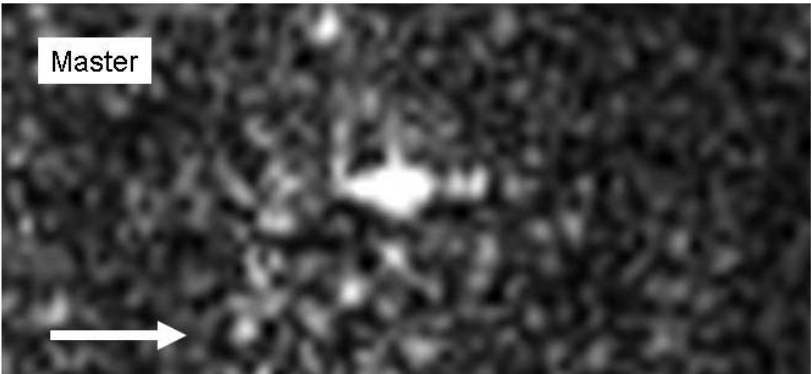
Figur B.3 Bakkemålingspunkt 301-512, nærmeste stabile punktmål, og deres nedsynkning.

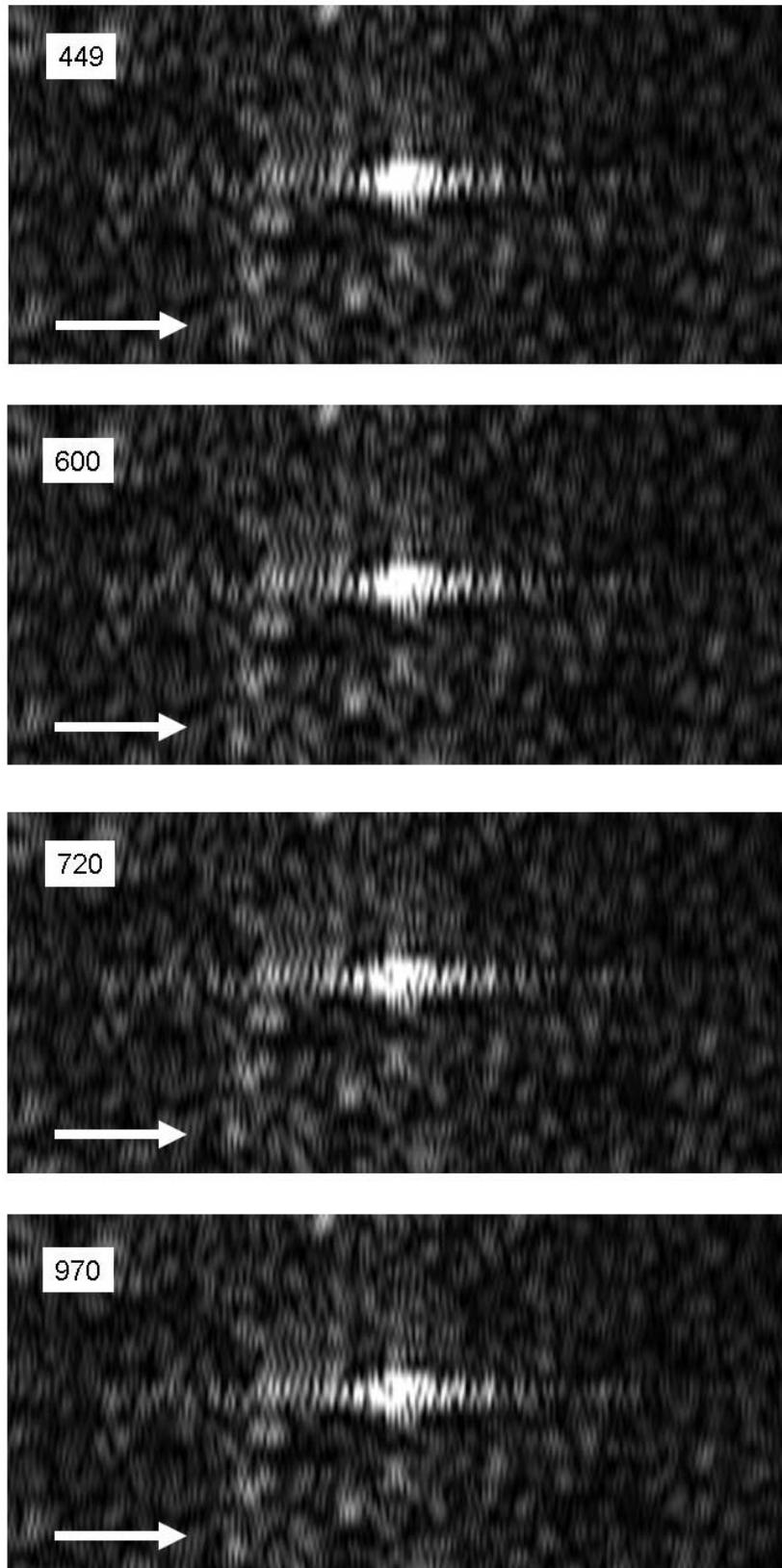
## Appendiks C



Figur C.1 Metodehierarki i programmet som utfører superoppløsning.

Appendiks D



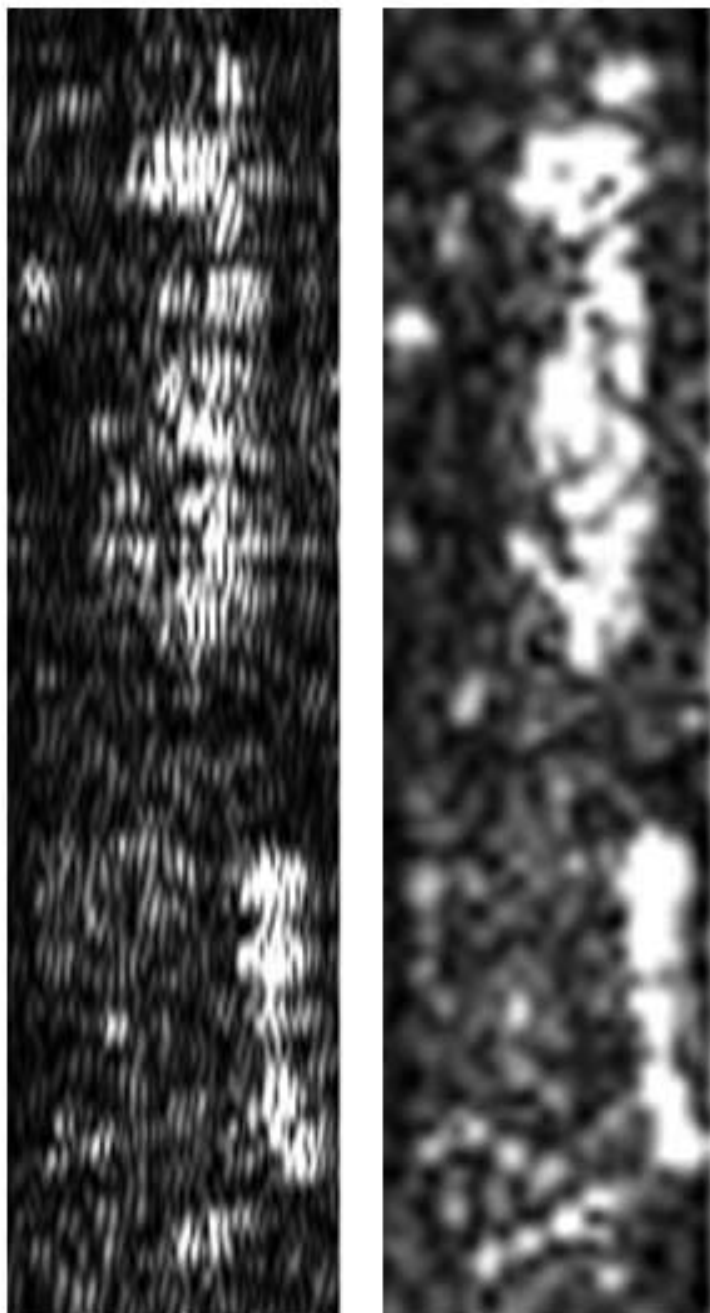


*Figur D.1 Disse åtte utsnittene viser nærbilde av punktmål i masterbildet og alle superoppløsningsbildene som ble dannet da masterbildet ble kombinert med ulike slavebilder med forskjellige baselinjer til masterbildet.*

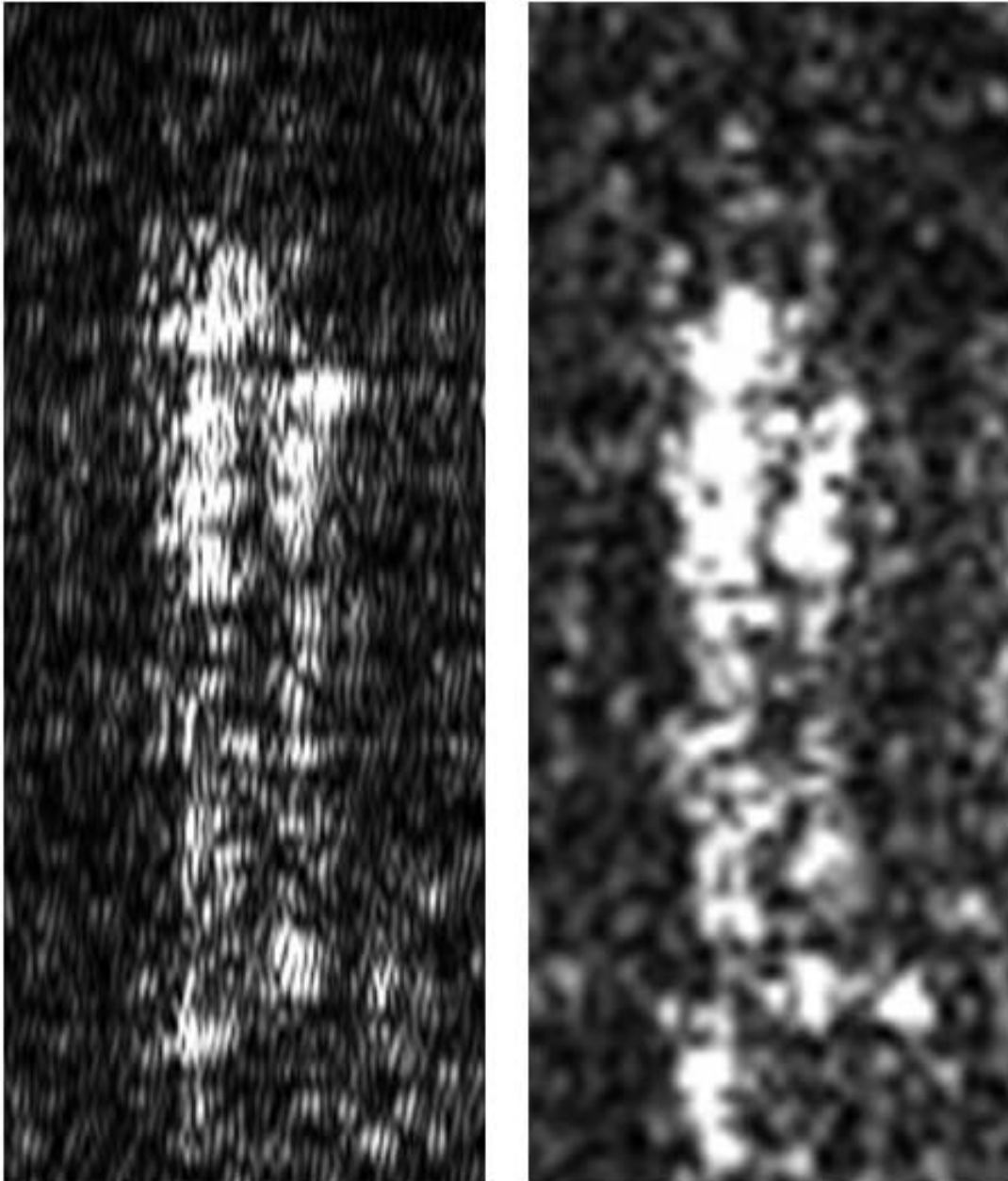
## Appendiks E

### Nærbilder av punkter med superoppløsning.

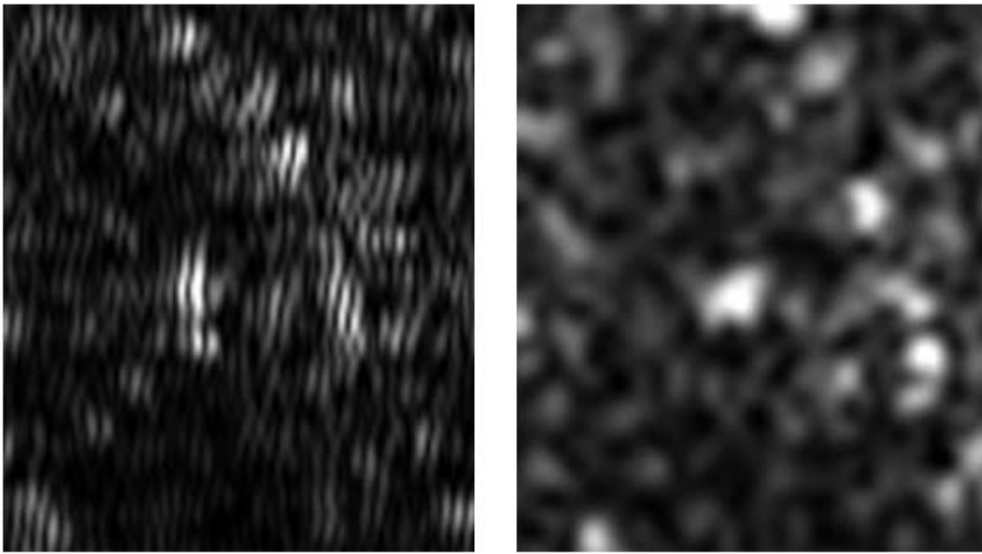
Her vises fire områder som inneholder sterke tilbakespredere av radarsignalet. Figur E.1 til E.4 viser utsnitt fra masterbildet i superoppløsningsprosedyren, og samme utsnitt fra superoppløsningsbildet. Baselinjen mellom masterbildet og slavebildet som er kombinert for å oppnå superoppløsning er 449 meter.



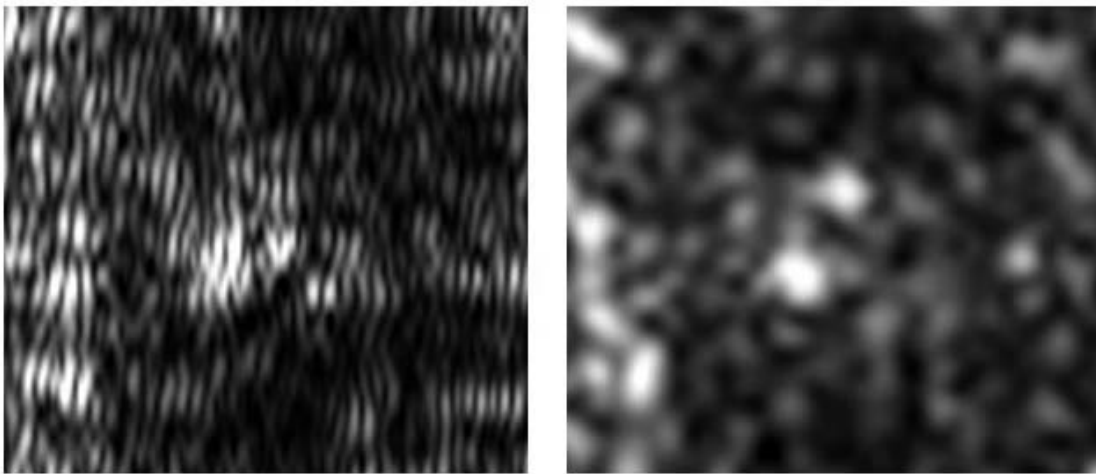
*Figur E.1 Superoppløsningsbilde (til venstre) og masterbilde.*



*Figur E.2 Superoppløsningsbilde (til venstre) og masterbilde.*



*Figur E.3 Superoppløsningsbilde (til venstre) og masterbilde.*



*Figur E.4 Superoppløsningsbilde (til venstre) og masterbilde.*